

۱- چون نمودار سهمی است، پس معادله مکان - زمان تابعی درجه دوم نسبت به زمان است $(x(t) = at^2 + bt + c)$ پس مشتق دوم $x(t)$ نسبت به زمان (شتاب حرکت) ثابت خواهد بود. از طرفی سرعت در هر لحظه شیب مماس بر نمودار مکان - زمان در آن لحظه است. با توجه به شکل دیده می شود که شیب مماس، با افزایش زمان، کاهش می یابد. پس حرکت کند شونده خواهد بود. به عبارت دیگر تقعر منحنی رو به پایین است، پس مشتق دوم $x(t)$ نسبت به زمان منفی خواهد بود (شتاب منفی است). پس حرکت کند شونده است. بنابراین گزینه ۳ صحیح است.

$$-2 \quad \left. \begin{matrix} x_1 = x \\ v_1 = v \end{matrix} \right\} \Rightarrow t_1 = \frac{x_1}{v_1} = \frac{x}{v}, \quad \left. \begin{matrix} x_2 = 2x \\ v_2 = 2v \end{matrix} \right\} \Rightarrow t_2 = \frac{x_2}{v_2} = \frac{x}{v}, \quad \left. \begin{matrix} x_3 = 3x \\ v_3 = 3v \end{matrix} \right\} \Rightarrow t_3 = \frac{x_3}{v_3} = \frac{x}{v}$$

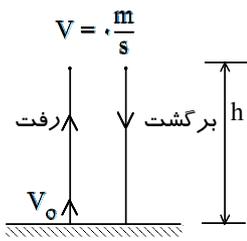
$$\bar{V} = \frac{X}{T} = \frac{(x_1 + x_2 + x_3)}{(t_1 + t_2 + t_3)} = \frac{(x + 2x + 3x)}{\left(\frac{x}{v} + \frac{x}{v} + \frac{x}{v}\right)} = \frac{6x}{3\frac{x}{v}} \Rightarrow \bar{V} = 2v$$

بنابراین گزینه ۳ صحیح است.

$$-3 \quad x(t) = t^3 - 9/8t \Rightarrow v(t) = x'(t) = 3t^2 - 9/8 \Rightarrow a(t) = v'(t) = 6t$$

شتاب حرکت مطابق رابطه به دست آمده با زمان تغییر می کند. بنابراین دارای شتاب متغیر است و گزینه ۲ صحیح است.

در حرکت های پرتابی و متشابه تغییر، شتاب حرکت ثابت است. پس گزینه های ۱ و ۳ نمی توانند صحیح باشند. در حرکت نوسانی، مکان حرکت بر حسب زمان یک تابع سینوسی است. بنابراین گزینه ی ۴ نیز نمی تواند صحیح باشد.



۴- حرکت رفت، یک حرکت کند شونده با شتاب ثابت g است که سرعت اولیه آن V_0 و سرعت نهایی آن 0 m/s است.

$$V = at + V_0 \Rightarrow 0 = -gt_1 + V_0 \Rightarrow t_1 = \frac{V_0}{g}$$

$$V^2 - V_0^2 = 2ax \Rightarrow 0 - V_0^2 = 2(-g)h \Rightarrow h = \frac{V_0^2}{2g}$$

حرکت برگشت یک حرکت تند شونده با شتاب ثابت g است که سرعت اولیه آن V_0 و جابه‌جایی آن $\frac{V_0^2}{2g}$ است.

$$x = \frac{1}{2}at^2 + V_0 t \Rightarrow \frac{V_0^2}{2g} = \frac{1}{2}gt_2^2 + 0 \Rightarrow t_2 = \frac{V_0}{g}$$

$$\text{برای کل حرکت } t = t_1 + t_2 = 2 \frac{V_0}{g}$$

بنابراین گزینه ۲ صحیح است.

روش دیگر برای حل این مسأله: نقطه پرتاب را مبدأ انتخاب می‌کنیم.

$$y = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + y_0 \Rightarrow y = \frac{1}{2}(-g)t^2 + v_0 t$$

وقتی جسم به نقطه پرتاب برمی‌گردد $y = 0$ خواهد بود.

$$y = 0 \Rightarrow -\frac{1}{2}gt^2 + V_0 t = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 2 \frac{V_0}{g} \end{cases}$$

$t = 0$ مربوط به لحظه پرتاب و $t = 2 \frac{V_0}{g}$ کل زمان رفت و برگشت خواهد بود.

۵- با توجه به نمودار، سرعت اولیه حرکت، یعنی سرعت حرکت در لحظه $t = 0 \text{ s}$ برابر خواهد بود با $V_0 = -3 \text{ m/s}$ و

$$a = \frac{0 - (-3) \frac{\text{m}}{\text{s}}}{3 \text{ s}} = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

شتاب حرکت، یعنی شیب نمودار سرعت زمان برابر خواهد بود با:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + V_0 t \Rightarrow x = \frac{1}{2}t^2 - 3t$$

بنابراین خواهیم داشت:

بنابراین گزینه ۳ صحیح است.

۶- جابه‌جایی این جسم برابر طول پاره خط AB است یعنی:

$$\Delta x = AB = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2} = \sqrt{(1 - 7)^2 + (4 - 12)^2} = \sqrt{100} = 10 \text{ m}$$

بنابراین سرعت متوسط به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{10}{2} = 5 \text{ m/s}$$

پس گزینه ۱ جواب صحیح است.

۷- مسافت طی شده در ثانیه ششم یعنی مسافتی که بین لحظات $t = 5 \text{ s}$ و $t = 6 \text{ s}$ طی می‌شود:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \Rightarrow x = 2t^2 + v_0 t$$

$$\left. \begin{aligned} x(6) &= 2 \times 6^2 + 6v_0 = 72 + 6v_0 \\ x(5) &= 2 \times 5^2 + 5v_0 = 50 + 5v_0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \Delta x = x(6) - x(5) = 72 + 6v_0 - (50 + 5v_0) = 22 + v_0$$

پس گزینه ۲ جواب صحیح است.

۸- اگر زمین را مبدا مکان فرض کنیم و جهت مثبت محور قائم به سمت بالا باشد معادلات حرکت دو جسم به صورت زیر خواهد بود:

$$y_1 = -\frac{1}{2}gt_1^2 + v_0 t_1$$

برای گلوله‌ای که به سمت بالا پرتاب می‌شود

$$y_2 = -\frac{1}{2}gt_2^2 + h$$

برای گلوله‌ای که رها می‌شود

دو گلوله در لحظه‌ای که به هم می‌رسند دارای مکان مساوی هستند یعنی:

$$t = t_1 = t_2 \Rightarrow y_1 = y_2 \Rightarrow -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t = -\frac{1}{2}gt^2 + h \Rightarrow v_0 t = h \Rightarrow t = \frac{h}{v_0}$$

بنابراین گزینه ۲ جواب صحیح است.

۹- مسافت طی شده در ثانیه n ام حرکت برابر است با تفاضل مکان در لحظه n ام و لحظه $(n-1)$ ام.

$$x_n = \frac{1}{2}an^2 + v_0 n, \quad x_{n-1} = \frac{1}{2}a[n-1]^2 + v_0 [n-1]$$

$$x = x_n - x_{n-1} = \frac{1}{2}a[2n-1] + v_0$$

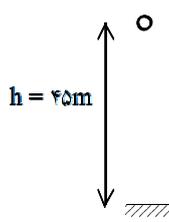
مسافت طی شده در ثانیه n ام برابر است با:

در ثانیه سوم و ثانیه اول حرکت به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$\left. \begin{aligned} x &= \frac{1}{2}a(2 \times 3 - 1) + v_0 \\ x' &= \frac{1}{2}a(2 \times 1 - 1) + v_0 \\ v_0 &= 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{x}{x'} = \frac{6-1}{2-1} = 5$$

پس گزینه ۳ جواب صحیح است.

۱۰- با توجه به رابطه $V_2^2 - V_1^2 = 2a\Delta y$ سرعت گلوله ها در موقع رسیدن به زمین برابر است با:



$$V_2 = \sqrt{2gh + V_1^2}, \quad V_1 = \sqrt{2gh}$$

بنابراین $V_1 < V_2$. از رابطه $\Delta y = \frac{1}{2}gt^2 + V_1 t$ برای دو جسم داریم:

$$t_1 = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{90}{10}} = 3s$$

$$45 = 5t_2^2 + 12/5t_2 \Rightarrow 2t^2 + 5t - 18 = 0 \Rightarrow (2t + 9) \times (t - 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 2s \\ t = -\frac{9}{2}s \end{cases} \text{ غ.ق.ق}$$

جسم دوم ۲ ثانیه حرکت کرده است و جسم اول ۳ ثانیه حرکت کرده است. با توجه به اینکه جسم دوم یک ثانیه بعد از جسم اول شروع به حرکت کرده است، دو جسم همزمان به زمین می رسند. پس گزینه ۴ صحیح است.

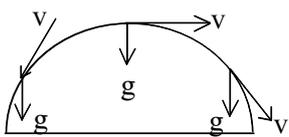
۱۱- چون سرعت یک کمیت برداری است بنابراین باید تغییرات آن به صورت برداری محاسبه شود. اندازه تفاضل دو بردار که زاویه α می سازند از رابطه $|v| = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 - 2v_1 v_2 \cos \alpha}$ به دست می آید که در این مسئله

$$|v| = \sqrt{v^2 + v^2 - 2v \times v \times \frac{1}{2}} = v \quad \alpha = 60^\circ, v_1 = v_2 = v$$

که در نتیجه می شود:

که در نتیجه گزینه ۲ صحیح است.

$$V_A = V_B \Rightarrow \text{تفاضل بردار} = |v| = 2V_1 \sin \frac{\alpha}{2} = 2V \sin 30^\circ = V$$



۱۲- در حرکت پرتابی در جهت افقی شتاب نداریم و شتاب جسم تنها در امتداد قائم است و برابر g می باشد. همچنین راستای بردار v همواره بر مسیر حرکت مماس است و از آنجایی که راستای g همواره در امتداد قائم و به سمت پایین است، سرعت و شتاب در نقطه‌ی اوج (که در آن نقطه راستای سرعت عمودی صفر است) بر هم عمودند. پس گزینه ۳ صحیح است.

۱۳- سرعت متحرک از مشتق مکان نسبت به زمان به دست می آید و شتاب از مشتق سرعت نسبت به زمان به دست می آید،

$$x = \frac{1}{3}t^3 + 2t + 5 \Rightarrow v = t^2 + 2 \Rightarrow a = 2t$$

پس:

بنابراین شتاب نسبت به زمان خطی است و این خط از مبدأ می گذرد و معادله‌ی آن $a = 2t$ است. پس گزینه ۱ صحیح است.

۱۴- معادله سرعت سقوط آزاد اگر مبدا، نقطه شروع حرکت فرض شود و جهت مثبت محور در جهت حرکت باشد به صورت $V = gt + V_0$ خواهد بود. بنابراین در لحظه $t = 3s$ سرعت متحرک عبارت است از:

$$V = 3 \times 10 = 30 \text{ m/s}$$

$$\bar{V} = \frac{(V + V_0)}{2} = \frac{(30 + 0)}{2} = 15 \text{ m/s}$$

گزینه ۲ صحیح است.

۱۵- وقتی جسمی به سمت بالا در راستای قائم پرتاب می‌شود دارای شتاب g است و مقدار سرعت در رفت دارای علامت مثبت و در برگشت دارای علامت منفی است. همچنین شیب منحنی سرعت - زمان نشان دهنده شتاب است که در این سؤال ثابت است و از شکل‌های داده شده فقط شکل اول دارای شیب ثابت است و مقدار سرعت نیز در آن بعد از لحظاتی منفی شده است. لذا گزینه ۱ صحیح است.

۱۶- سطح زیر نمودار سرعت-زمان برابر است با جابه‌جایی جسم.

$$\frac{(V \times (9 + 2))}{2} = 165 \Rightarrow V = 30 \text{ m/s}$$

شتاب برابر است با شیب نمودار سرعت-زمان. شتاب جسم بین لحظات ۵ و ۹ ثانیه کند شونده است و مقدار آن برابر است با:

$$a = \frac{0 - V}{(9 - 5)} = \frac{-30}{4} = -7.5 \text{ m/s}^2 \Rightarrow |a| = 7.5$$

پس گزینه ۱ جواب صحیح است.

۱۷- سرعت متوسط برابر خارج قسمت جابجایی به مدت زمان جابجایی است یعنی: $\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$

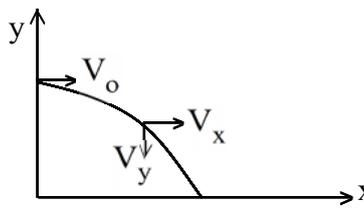
$$x(10) = 0.25 + \sin(\pi \times 10) = 0.25 \text{ m}$$

$$x(5) = 0.25 + \sin(\pi \times 5) = 0.25 \text{ m}$$

$$\Delta x = x(5) - x(10) = 0.25 - 0.25 = 0 \Rightarrow \bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = 0$$

گزینه ۱ جواب صحیح است.

۱۸- بین لحظات $t = 0$, $t = 1$ شتاب متحرک ثابت و مثبت است. پس سرعت آن باید خطی با شیب مثبت باشد. بین لحظات $t = 1$, $t = 2$ شتاب صفر است، لذا سرعت باید خطی راست با شیب صفر باشد. بین لحظات $t = 2$ و $t = 3$ شتاب ثابت و منفی است و اندازه آن کمتر از اندازه شتاب بین لحظه $t = 0$, $t = 1$ است. لذا سرعت بین لحظات $t = 2$, $t = 3$ خط راستی با شیب منفی و کمتر از شیب نمودار در مرحله اول حرکت می‌باشد. با توجه به مطالب فوق گزینه ۱ جواب صحیح است.



۱۹- در طول حرکت تنها نیروئی که بر جسم اثر می کند نیروی وزن جسم است. یعنی در مورد برآیند نیروهای وارد بر جسم می توانیم بنویسیم $\vec{F} = -mg\hat{j}$. با توجه به قانون دوم نیوتن، داریم:

$$\vec{F} = m\vec{a} = -mg\hat{j} \Rightarrow \vec{a} = -g\hat{j} \Rightarrow \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases}$$

بنابراین در راستای افقی حرکتی با شتاب ثابت صفر (با سرعت ثابت) و در راستای قائم حرکتی با شتاب ثابت $-g$ (رو به پایین) خواهیم داشت.

سرعت اولیه جسم برابر V_0 و افقی است. پس داریم:

$$V_{0x} = V_0, \quad V_{0y} = 0$$

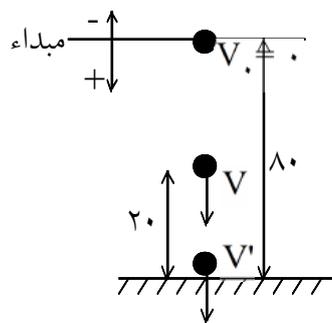
$$V_x = V_{0x} = V_0$$

* در راستای افقی حرکتی با سرعت ثابت داریم. بنابراین می توان نتیجه گرفت:

* در راستای قائم حرکتی با شتاب ثابت $-g$ و سرعت اولیه صفر داریم. پس می توان نوشت:

$$V = at + V_0 \Rightarrow V_y = a_y t + V_{0y} \Rightarrow V_y = -gt + 0 \Rightarrow V_y = -gt$$

بنابراین گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



۲۰- مبدأ مختصات را نقطه‌ی پرتاب و جهت مثبت را به سمت پایین فرض می کنیم، شتاب جسم برابر $a = g$ می باشد. اگر سرعت جسم را در ۲۰ متری سطح زمین V و در سطح زمین V' بگیریم، با استفاده از رابطه‌ی مستقل از زمان:

$$\left. \begin{aligned} V^2 - 0^2 &= 2g(80 - 20) = 2g \times 60 \\ V'^2 - 0^2 &= 2g \times 80 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{V^2}{V'^2} = \frac{2g \times 60}{2g \times 80} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{V}{V'} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

بنابراین گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.