به نام خداوند جان و خِرَد

کتاب جامع

فیزیک (۱ و ۲)

دوره‌ی پیش‌دانشگاهی

علوم تجربی ـ ریاضی و فیزیک

نیوبوک انتخاب اول

www.NewBookFC.com
info@NewBookFC.com

عنوان و نام پدیدآور: کتاب جامع فیزیک دوره‌ی پیش‌دانشگاهی رشته های علوم تجربی ـ ریاضی و فیزیک، مؤلف گروه فیزیک نیوبوک؛ مدیریت تألیف دکتر جواد کرمعلی
مشخصات نشر: انتخاب روز، ۱۳۸۹.
مشخصات ظاهری: ۲۴۸ ص. : مصور
فروست: مجموعه کتاب های طبقه بندی شده ی «نیوبوک (انتخاب اول)»
شابک: ۴۸۰۰۰ ریال : ۶ - ۶- ۹۱۲۴۴ - ۶۰۰ - ۹۷۸
وضعیت فهرست‌نویسی: فیپا .
موضوع: فیزیک ـ کتاب های درسی ـ راهنمای آموزشی (متوسطه).
موضوع: فیزیک ـ مسائل، تمرین ها و غیره (متوسطه).
موضوع: فیزیک ـ آزمون ها و تمرین ها (متوسطه).
رده‌بندی کنگره: ۲ ک ۴ ک / ۳۲ QC
[۲ ک ۴ ک / ۲۶ / ۳۰۶۰ LB]
رده‌بندی دیویی: ۰۷۶ / ۵۳۰
کتابخانه ملی ایران: [۲۳۸۰۷۶ / ۳۷۳]

NEW BOOK
انتخاب اول
FIRST CHOICE

عنوان کتاب: فیزیک پیش‌دانشگاهی

تألیف: گروه فیزیک نیوبوک

مدیریت تألیف و تدوین: دکترجواد کرمعلی

زیر نظر: دکتر لیلا کرمعلی

صفحه آرا: محمد جواد واعظی

ناشر: انتخاب روز

نوبت چاپ: اول ـ ۱۳۸۹

چاپ: جوانه

شابک: ۶ - ۶- ۹۱۲۴۴ - ۶۰۰ - ۹۷۸

بها: ۴۸۰۰ تومان

به نام ایزد اندیشه

ستایش کنم ایزد پاک را که گویا و بینا کند خاک را

قسم به عصر که انسان همه در خسارت و زیان است، مگر آنان که به خدا ایمان آورده و عمل صالح انجام دادند و به درستی و راستی و پایداری در دین یکدیگر را سفارش کردند. (سوره عصر)

از گناهان «دوری» کنید، که هیچ بَلا و کمبود رِزقی، حتّی خارش پوستی و لغزش پایی و مصیبتی نیست، مگر به خاطر «گناه». امیرمؤمنان علی (ع)

مقدمه‌ی گروه فیزیک نیوبوک

در این مجموعه که پس از تلاش مداوم و مستمر گروه فیزیک نیوبوک، خدمتتان تقدیم می‌شود، سعی بر این بوده که هیچ مطلبی از قلم نیفتد و مطالب با حفظ امانت از کتب مرجع، با قلمی روان نگاشته شود، تا شما خوانندگان عزیز بتوانید با سرعت بالایی مطالب را مطالعه و مرور نمایید؛ مطالبی که به صورت «گیومه و پُررنگ» آورده شده‌اند، اشاره به مطالبی است که یا در سال‌های قبل به صورت سئوال مطرح شده و یا داستن آنها برای دانش‌آموز بسیار «پُراهمیت و ضروری» است؛ با مطالعه‌ی کتاب‌های این مجموعه، نیاز شما دانش‌آموز عزیز به هرگونه کتب دیگر نیز رفع می‌شود.

امیدواریم که هدیه‌ی کوچک ما مورد قبول و پسند خوانندگان گرامی قرار گیرد.

تقدیم به:

پیش‌گاه حضرت ولی عصر (عج)

جامعه‌ی «پزشکی و مهندسی آینده‌ی کشور»

و

آنان که موفقیت حقیقی را «طاعت و بندگی عاشقانه‌ی

خدای مهربانشان» می‌دانند.

وقف بیماران با بیماری های خاص

با عرض سلام خدمت شما خواننده‌ی عزیز و گرام و بزرگوار

به اطلاع می رساند که «به یاری و لطف خداوند بزرگ و بلند مرتبه» در نظر است:

بخشی از درآمد انتشار کتاب‌های این مجموعه برای «درمان بیماران دیابتی، دیالیزی، تالاسمی، شیمی‌درمانی و ... با توان مالی ضعیف» هزینه گردد؛ لذا از شما خواننده‌ی عزیز خواهشمند است که در صورت پسندیدن محتوای کتاب‌های این مجموعه، «سایت اینترنتی» ما را به دوستان و همکلاسی‌های خود نیز «معرفی نمایید»، تا با این کار ناچیز، «قدمی هر چند کوچک» در راه «خدمت به همنوعان عزیز بیمار خود» نهاده باشیم.

با کمال قدردانی و تشکر

دکتر جواد کرمعلی

درصد سؤالات در کنکور

فهرست مطالب

فیزیک (۱)

فیزیک (۲)

درصد سؤالات در کنکور

سخنی با خوانندگان گرامی

روش صحیح مطالعه و یادگیری در «کوتاه‌ترین زمان»:

برای «**بار اول**»، بایستی هر فصل را به صورت «**روزنامه‌وار روخوانی**» کرده و به فکر یادگیری کامل درس «**نباشید**» و بلکه به این فکر باشید که زودتر فصل را «**تمام نموده**» و به «**یک ذهنیت کلی از آن فصل**» دست یابید؛ سپس وارد «**مثال‌ها و تمرین‌های متن و پایان هر فصل**» شوید و آنها را یک به یک با جواب تشریحی‌اشان «**بخوانید و یاد بگیرید**» و برای بار دوم بدون آن که به جواب‌ها نگاه کنید، «**به حل آنها بپردازید**» و در مرحله‌ی بعد «**تست‌های کنکورهای سراسری و آزاد فصل مربوطه**» را یک به یک بخوانید و گزینه‌ی انتخابی خود را با جواب تشریحی تست «**مقایسه نمایید**» و در صورت «**انتخاب نادرست گزینه**»، با استفاده از «**درسنامه‌ی فصل**» به «**تجزیه و تحلیل آن تست**» بپردازید تا به «**فهم کاملی از سئوال مطرح شده**» برسید؛ حال با توجه به این که هر ساله بر تعداد سئوالات **مفهومی** کنکور «**افزوده**» و از تعداد سئوالات **حفظی** آن «**کاهیده**» می شود، پس «**الزاماً**» بایستی علاوه بر خواندن درسنامه و تست‌های کنکورهای سراسری و آزاد، با «**شرکت در آزمون‌های معتبر (مثل آزمون‌های مرحله ای سازمان سنجش و ...)**» خود را مورد «**ارزیابی**» قرار داده و پس از پایان هر آزمون، در طی «**یک هفته**»، روزانه سئوالات مربوط به یکی از دروس عمومی یا اختصاصی را «**بخوانید**» و آنها را یک به یک از روی درسنامه ی مربوطه «**تجزیه و تحلیل**» نموده و «**نکات مهم آن را**» در همان صفحه «**یادداشت نمایید**»؛ این روش مطالعه، روشی «**اساسی و بنیادین**» است و در **مدت زمان خیلی کوتاه و اندکی** «**سرعت و مهارت پاسخ‌گویی شما دانش آموز عزیز به تمامی سئوالات مفهومی و حفظی مربوط به هر یک از دروس**» را «**بالا**» خواهد برد.

حرکت‌شناسی در دو بُعد

سرعت «متوسط»: اگر متحرک در لحظه‌ی t_1 در مکان x_1 و در لحظه‌ی t_2 در مکان x_2 روی نمودار مکان ـ زمان قرار داشته باشد، **سرعت متوسط** از رابطه‌ی روبه‌رو به دست می‌آید:

$$\bar{V}_x = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

نکته: مساحت زیر نمودار سرعت ـ زمان برابر **جابه‌جایی (تغییر مکان) متحرک** می‌باشد و بنابراین داریم: $\Delta x = S_{(V-t)}$

تعیین «سرعت متوسط» با استفاده از نمودار «سرعت ـ زمان»: سرعت متوسط متحرک از روی نمودار سرعت ـ زمان، از رابطه‌ی روبه‌رو به دست می‌آید:

$$\bar{V} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{S_{(V-t)}}{\Delta t} = \frac{S_1 + S_2}{\Delta t}$$

تعیین «معادله‌ی سرعت» با استفاده از معادله‌ی «حرکت = مکان ـ زمان»: از **مشتق اول معادله‌ی مکان ـ زمان، «معادله‌ی سرعت»** به دست می‌آید:

$$V_x = \frac{dx}{dt}$$

سرعت «لحظه‌ای»: با جاگذاری هر مقدار عددی به عنوان زمان در رابطه‌ی فوق، سرعت متحرک در لحظه‌های گوناگون به دست می‌آید.

تعیین «جهت و نوع حرکت» یک متحرک بر روی محور x ها با استفاده از «معادله‌ی حرکت = مکان ـ زمان»:

ابتدا بایستی «**معادله‌ی سرعت**» را به دست آورده و سپس با «**تعیین علامت شتاب و سرعت اولیه**»، یکی از **۴ حالت** زیر را خواهیم داشت:

(۱) اگر «$a > 0 , V_0 > 0$» باشد، حرکت «**همواره در جهت محور x ها و تندشونده**» است.

(۲) اگر «$a < 0 , V_0 < 0$» باشد، حرکت «**همواره در خلاف جهت محور x ها و تندشونده**» است.

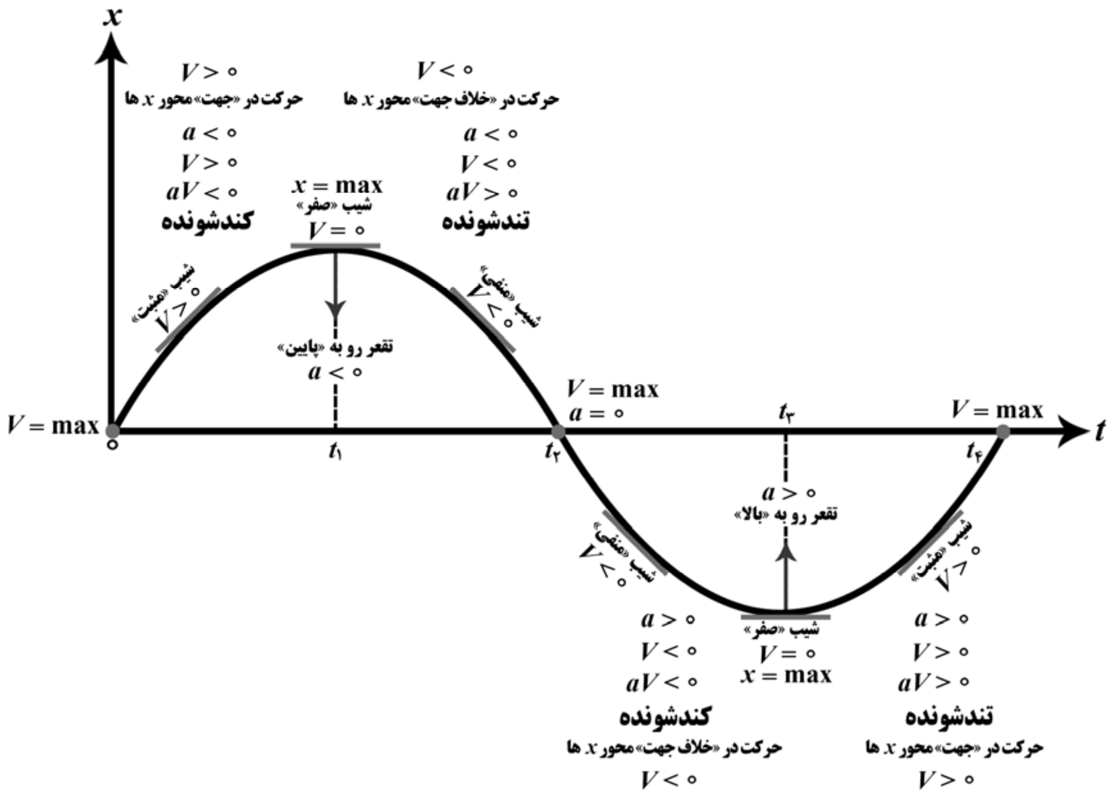
(۳) اگر «$a < 0 , V_0 > 0$» باشد، حرکت **ابتدا** «**در جهت محور x ها و کندشونده**» و **سپس** «**در خلاف جهت محور x ها و تندشونده**» است.

(۴) اگر «$a > 0 , V_0 < 0$» باشد، حرکت **ابتدا** «**در خلاف جهت محور x ها و کندشونده**» و **سپس** «**در جهت محور x ها و تندشونده**» است.

تعیین «جهت حرکت» یک متحرک بر روی محور x ها با استفاده از «علامت سرعت»: برای تعیین **جهت حرکت**، بایستی «**علامت سرعت**» را مشخص نماییم؛ در صورتی‌که سرعت «**مثبت**» باشد **($V > 0$)**، متحرک در «**جهت محور x ها**» و در صورتی‌که سرعت «**منفی**» باشد **($V < 0$)**، متحرک در «**خلاف جهت محور x ها**» حرکت می‌کند.

تعیین «علامت سرعت» با استفاده از نمودار «مکان ـ زمان»: با توجه به این‌که **شیب مماس** بر نمودار $x - t$، معرّف «**سرعت لحظه‌ای**» متحرک است، پس بنابراین هرکجا شیب مماس بر نمودار $x - t$ «**مثبت**» باشد، سرعت در آن لحظات «**مثبت**» **($V > 0$)** و هرکجا شیب مماس بر نمودار $x - t$ «**صفر (موازی محور زمان)**» باشد، سرعت در آن لحظات «**صفر**» **($V = 0$)** و متحرک «**تغییر جهت حرکت (تغییر علامت سرعت)**» داده است و هرکجا که شیب مماس بر نمودار $x - t$ «**منفی**» باشد، سرعت در آن لحظات «**منفی**» **($V < 0$)** خواهد بود.

تعیین «علامت شتاب» با استفاده از نمودار «مکان ـ زمان»: با توجه به این‌که **تقعر** نمودار $x-t$، معرّف «**شتاب لحظه‌ای**» متحرک است، پس بنابراین هرکجا تقعر نمودار $x-t$ روبه «**بالا**» باشد، شتاب در آن لحظات «**مثبت**» $(a>0)$ و هرکجا **نقطه‌ی عطف** نمودار $x-t$ باشد، شتاب در آن لحظه «**صفر**» $(a=0)$ و هرکجا تقعر نمودار $x-t$ روبه «**پایین**» باشد، شتاب در آن لحظات «**منفی**» $(a<0)$ خواهد بود.



نمـــودار «مکـــان ـ زمـــان $(x\text{-}t)$»

✍ **نکته: ۱ـ** بر روی نمودار **مکان ـ زمان** $(x-t)$، به **تعداد نقاط ماکزیمم و می‌نیمم**، سرعت متحرک «**صفر** $(V=0)$» شده و متحرک «**تغییر جهت حرکت**» خواهد داشت؛ در نمودار فوق، متحرک «**۲ بار تغییر جهت حرکت (یک‌بار در لحظه‌ی t_1 و بار دیگر در لحظه‌ی t_3)**» داده است؛ ضمناً متحرک در این لحظات (لحظه‌ی t_1 و t_3) «**بیشترین فاصله از مبدأ** $(x=\max)$» را دارد.

۲ـ بر روی نمودار **مکان ـ زمان** $(x-t)$، به **تعداد نقاط عطف**، شتاب متحرک «**صفر** $(a=0)$» شده و متحرک «**تغییر جهت نیرو**» خواهد داشت؛ در نمودار فوق، متحرک «**۱ بار تغییر جهت نیرو (در لحظه‌ی t_2)**» داده است.

شتاب «متوسط»: اگر متحرک در لحظه‌ی t_1 با سرعت V_1 و در لحظه‌ی t_2 با سرعت V_2 روی نمودار سرعت ـ زمان در حرکت باشد، **شتاب متوسط** از رابطه‌ی روبه‌رو به دست می‌آید:

$$\bar{a}_x=\frac{\Delta V}{\Delta t}=\frac{V_2-V_1}{t_2-t_1}$$

✍ **نکته: مساحت زیر نمودار شتاب ـ زمان** برابر **تغییر سرعت متحرک** می‌باشد و بنابراین داریم:

$$\Delta V=S_{(a-t)}$$

تعیین «شتاب متوسط» با استفاده از نمودار «شتاب ـ زمان»: شتاب متوسط متحرک از روی نمودار شتاب ـ زمان، از رابطه‌ی روبه‌رو به دست می‌آید:

$$\bar{a}=\frac{\Delta V}{\Delta t}=\frac{S_{(a-t)}}{\Delta t}=\frac{S_1+S_2}{\Delta t}$$

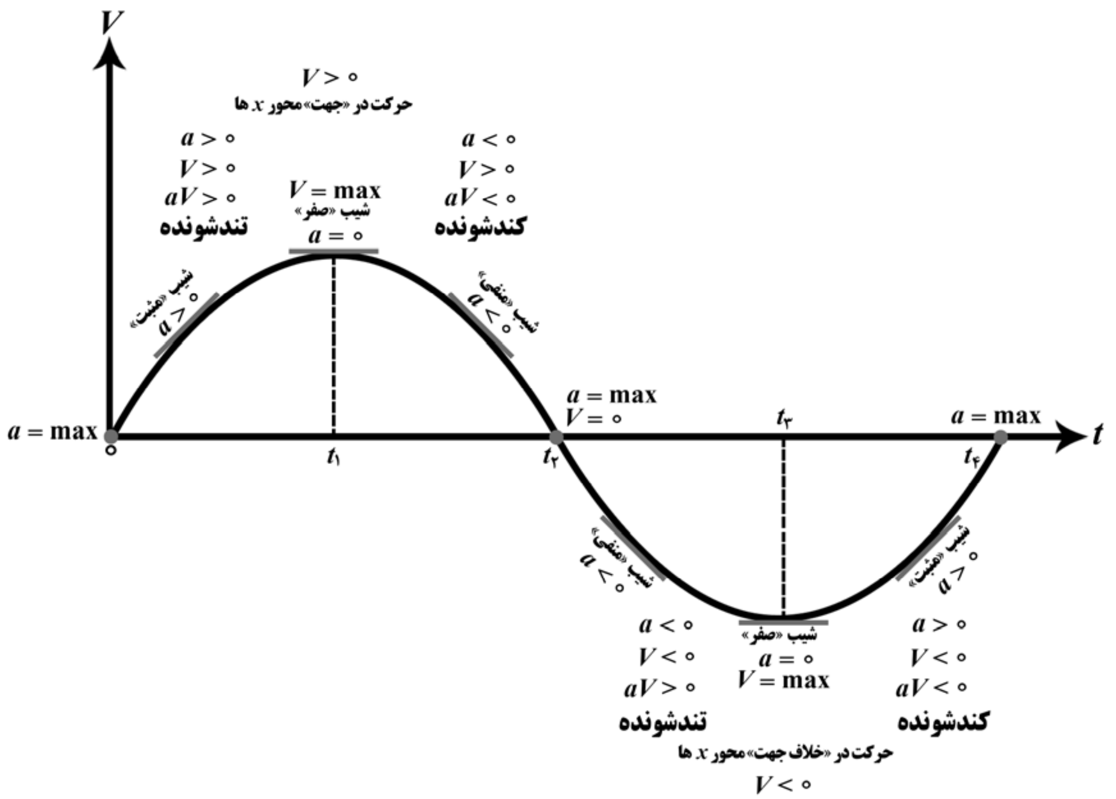
تعیین «معادله‌ی شتاب» با استفاده از معادله‌ی «حرکت = مکان ـ زمان» یا از معادله‌ی « سرعت ـ زمان»:

از **مشتق اول معادله‌ی سرعت ـ زمان** و یا **مشتق دوم معادله‌ی مکان ـ زمان**، «**معادله‌ی شتاب**» به دست می‌آید:

$$a_x = \frac{dV_x}{dt} \qquad * \qquad a_x = \frac{d^۲ x}{dt^۲}$$

شتاب «لحظه‌ای»: با جاگذاری هر مقدار عددی به عنوان زمان در رابطه‌ی فوق، شتاب متحرک در لحظه‌های گوناگون به دست می‌آید.

تعیین «علامت شتاب» با استفاده از نمودار «سرعت ـ زمان»: با توجه به این‌که **شیب مماس** بر نمودار $V - t$، معرّف «**شتاب لحظه‌ای**» متحرک است، پس بنابراین هرکجا شیب مماس بر نمودار $V - t$ «**مثبت**» باشد، شتاب در آن لحظات «**مثبت**» $(a > ۰)$ و هرکجا شیب مماس بر نمودار $V - t$ «**صفر (موازی محور زمان)**» باشد، شتاب در آن لحظات «**صفر**» $(a = ۰)$ و متحرک «**تغییر جهت نیرو (تغییر علامت شتاب)**» داده است و هرکجا شیب مماس بر نمودار $V - t$ «**منفی**» باشد، شتاب در آن لحظات «**منفی**» $(a < ۰)$ خواهد بود.



نمودار «سرعت ـ زمان $(V\text{-}t)$»

✍ **نکته: ۱ـ** بر روی نمودار **سرعت ـ زمان** $(V - t)$، به **تعداد نقاط ماکزیمم و می‌نیمم**، شتاب متحرک «**صفر** $(a = ۰)$» شده و متحرک «**تغییر جهت نیرو**» خواهد داشت؛ در نمودار فوق، متحرک «**۲ بار تغییر جهت نیرو (یک‌بار در لحظه‌ی $t_۱$ و بار دیگر در لحظه‌ی $t_۳$)**» داده است؛ ضمناً متحرک در این لحظات (لحظه‌ی $t_۱$ و $t_۳$) «**بیشترین سرعت** $(V = \max)$» را دارد.

۲ـ بر روی نمودار سرعت ـ زمان $(V - t)$، به **تعداد نقاط عطف**، سرعت متحرک «**صفر** $(V = ۰)$» شده و متحرک «**تغییر جهت حرکت**» خواهد داشت؛ در نمودار فوق، متحرک «**۱ بار تغییر جهت حرکت (در لحظه‌ی $t_۲$)**» داده است.

تذکر: هرگاه حاصل‌ضرب شتاب در سرعت «**مثبت** $(a_x V_x > 0)$» باشد (یعنی یا **هر دوی آنها مثبت** و یا **هر دوی آنها منفی** باشند)، حرکت «**تندشونده**» و هرگاه حاصل‌ضرب شتاب در سرعت «**منفی** $(a_x V_x < 0)$» باشد (یعنی **یکی از آنها مثبت** و **دیگری منفی** باشد)، حرکت «**کندشونده**» است.

نکته: در حرکت با **شتاب ثابت**، «**زمان توقف و مسافت توقف**» به ترتیب از رابطه‌های زیر به دست می‌آیند:

$$\text{زمان توقف}\quad t=\left|\frac{V_{\circ x}}{a}\right| \qquad * \qquad \text{مسافت توقف}\quad \Delta x=\left|\frac{V_{\circ x}^{2}}{2a}\right|$$

پرتاب جسم در «راستای قائم»: پرتاب جسم با سرعت اولیه‌ی $V_\circ$ می‌تواند روبه **پایین** یا روبه **بالا** باشد، که در زیر به شرح معادله‌های حرکت و سرعت آنها می‌پردازیم:

معادله‌ی «حرکت» در پرتاب به طرف «پایین یا بالا»: اگر جسمی با شتاب گرانش g و سرعت اولیه‌ی $V_\circ$ از ارتفاع h به طرف **پایین** یا **بالا** پرتاب شود، فاصله‌ی آن از مبدأ مکان در پایان لحظه‌ی t از رابطه‌های زیر به دست می‌آید:

$$\text{پرتاب به طرف «پایین»}\quad h=\frac{1}{2}gt^{2}+V_\circ t \qquad * \qquad \text{پرتاب به طرف «بالا»}\quad h=-\frac{1}{2}gt^{2}+V_\circ t$$

نکته: ۱ـ در پرتاب به طرف **پایین** یا **بالا**، مسافت طی شده در ثانیه‌ی «t **اُم** یا **آخر**» پرتاب، از رابطه‌های زیر به دست می‌آید:

$$\text{پرتاب به طرف «پایین»}\quad h=\frac{1}{2}g(2t-1)+V_\circ \qquad * \qquad \text{پرتاب به طرف «بالا»}\quad h=-\frac{1}{2}g(2t-1)+V_\circ$$

۲ـ در پرتاب به طرف **پایین** یا **بالا**، مسافت طی شده در «n **ثانیه‌ی آخر**» پرتاب، از رابطه‌های زیر به دست می‌آید:

$$\text{پرتاب به طرف «پایین»}\quad h_n=\frac{1}{2}gn(2t-n)+V_\circ n \qquad * \qquad \text{پرتاب به طرف «بالا»}\quad h_n=-\frac{1}{2}gn(2t-n)+V_\circ n$$

معادله‌ی «سرعت» در پرتاب به طرف «پایین یا بالا»: اگر جسمی با شتاب گرانش g و سرعت اولیه $V_\circ$ از ارتفاع h به طرف **پایین** یا **بالا** پرتاب شود، سرعت آن در پایان لحظه‌ی t از رابطه‌های زیر به دست می‌آید:

$$\text{پرتاب به طرف «پایین»}\quad V=gt+V_\circ \qquad * \qquad \text{پرتاب به طرف «بالا»}\quad V=-gt+V_\circ$$

نکته: در پرتاب به طرف **پایین** یا **بالا** «**سرعت متوسط جسم در t ثانیه اول پرتاب**» از رابطه‌های زیر به دست می‌آید:

$$\text{پرتاب به طرف «پایین»}\quad \overline{V}=\frac{gt}{2}+V_\circ \qquad * \qquad \text{پرتاب به طرف «بالا»}\quad V=\frac{-gt}{2}+V_\circ$$

معادله‌ی «مستقل از زمان» در پرتاب به طرف «پایین یا بالا»: در پرتاب به طرف **پایین** یا **بالا**، اگر **زمان** حرکت را **نداشته** باشیم و از ما **نخواسته** باشند، آن‌گاه رابطه‌های زیر بین **ارتفاع پرتاب، سرعت و شتاب گرانش** برقرار می‌باشد:

$$\text{پرتاب به طرف «پایین»}\quad V^{2}-V_\circ^{2}=2gh \qquad * \qquad \text{پرتاب به طرف «بالا»}\quad V^{2}-V_\circ^{2}=-2gh$$

نکته: ۱ـ سرعت‌های روبه **بالا**، علامت «**مثبت**» $(V>0)$ و سرعت‌های روبه **پایین**، علامت «**منفی**» $(V<0)$ دارند.

۲ـ مبدأ نقطه‌ای است که **پرتاب** از آن نقطه **شروع** می‌شود؛ علامت ارتفاع در نقاط **بالای** مبدأ «**مثبت**» $(h>0)$ و در نقاط **پایین** مبدأ «**منفی**» $(h<0)$ می‌باشد.

۳ـ در **پرتاب** جسم به طرف **بالا**، «**زمان اوج، ارتفاع اوج و کل زمان رفت و برگشت به نقطه‌ی پرتاب**» به ترتیب از رابطه‌های زیر به دست می‌آیند:

زمان اوج $t = \left|\dfrac{V_{\circ y}}{g}\right|$ * ارتفاع اوج $h = \left|\dfrac{V_{\circ y}^{2}}{2g}\right|$ * کل زمان رفت و برگشت به نقطه‌ی پرتاب $T = \left|\dfrac{2V_{\circ y}}{g}\right|$

۴ـ وقتی جسمی را با سرعت اولیه‌ی $V_\circ$ در راستای قائم به طرف بالا پرتاب می‌کنیم، «**سرعت بازگشت جسم** = **سرعت پرتاب جسم**» بوده، با این تفاوت که فقط علامت سرعت‌های روبه **پایین** «**منفی**» می‌باشد.

عبور «متوالی» جسم از «یک نقطه»: در پرتاب جسم به طرف بالا، جسم از هر نقطه‌ی بالاتر از محل پرتاب «**۲ بار**» می‌گذرد؛ **ارتفاع** و **سرعت عبور جسم از نقطه‌ی مورد نظر** به ترتیب از رابطه‌های روبه‌رو به دست می‌آیند: $V = \frac{1}{2}g(t_2 - t_1)$ * $h = \frac{1}{2}gt_1t_2$

نکته: ۱ـ اگر از ارتفاع معینی، **همزمان ۲ گلوله** با سرعت اولیه‌ی **یکسان**، یکی روبه **بالا** و دیگری روبه **پایین** پرتاب شوند، **اختلاف زمانی رسیدن گلوله‌ها به زمین** از رابطه‌ی روبه‌رو به دست می‌آید: $\Delta t = \dfrac{2V_\circ}{g}$ $\uparrow\downarrow$

۲ـ اگر **همزمان ۲ گلوله** یکی از **بالای ارتفاع** h و دیگری از **زمین** «**به طرف هم**» پرتاب شوند، ارتفاع h از رابطه‌ی زیر بدست می‌آید:

$$h = (V_\circ + V'_\circ)t \quad \downarrow\uparrow$$

۳ـ اگر **همزمان ۲ گلوله** با سرعت اولیه‌ی **یکسان** با اختلاف زمانی t از یک نقطه روبه **بالا** پرتاب شوند، هنگام رسیدن ۲ گلوله به هم، سرعت آنها نیز **یکسان** بوده و از رابطه‌ی روبه‌رو به دست می‌آید: $V = \frac{1}{2}g(t_2 - t_1) = \frac{1}{2}gt \quad \uparrow\uparrow$

حرکت «دو بُعدی» = حرکت در «صفحه»: حرکت گلوله‌ی توپی که شلیک می‌شود، حرکت یک سیاره به دور خورشید، حرکت اتومبیل در پیچ جاده و ... مثال‌هایی از حرکت **۲ بُعدی** هستند.

بردار «مکان جسم»: اگر معادله‌های حرکت جسمی در دو بُعد به صورت $x = f(t)$ و $y = g(t)$ باشند، **بردار مکان جسم** در لحظه‌ی t از رابطه‌ی روبه‌رو به دست می‌آید: $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} \leftrightarrow \vec{r} = f(t)\vec{i} + g(t)\vec{j}$

سرعت «متوسط»: اگر متحرک در لحظه‌ی t_1 در مکان $\vec{r}_1$ و در لحظه‌ی t_2 در مکان $\vec{r}_2$ روی نمودار مکان ـ زمان قرار داشته باشد، **سرعت متوسط** از رابطه‌ی روبه‌رو به دست می‌آید:

$$\vec{\overline{V}} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{t_2 - t_1} \rightarrow \begin{cases} \overline{V}_x = \dfrac{\Delta x}{\Delta t} \\ \overline{V}_y = \dfrac{\Delta y}{\Delta t} \end{cases} \rightarrow \vec{\overline{V}} = (\overline{V}_x)\vec{i} + (\overline{V}_y)\vec{j}$$

بزرگی سرعت متوسط از رابطه‌ی روبه‌رو به دست می‌آید: $\left|\overline{V}\right| = \sqrt{(\overline{V}_x)^2 + (\overline{V}_y)^2}$

تعیین «معادله‌های سرعت» با استفاده از معادله‌های «حرکت = مکان ـ زمان»: از **مشتق اول معادله‌های مکان ـ زمان**، «**معادله‌های سرعت**» به دست می‌آید:

$$\vec{V} = \frac{d\vec{r}}{dt} \rightarrow \begin{cases} V_x = \dfrac{dx}{dt} \\ V_y = \dfrac{dy}{dt} \end{cases} \rightarrow \vec{V} = (V_x)\vec{i} + (V_y)\vec{j}$$

سرعت «لحظه‌ای»: با جاگذاری هر مقدار عددی به عنوان زمان در رابطه‌ی فوق، سرعت متحرک در لحظه‌های گوناگون به دست می‌آید.

بزرگی سرعت لحظه‌ای از رابطه‌ی روبه‌رو به دست می‌آید: $V = \sqrt{(V_x)^2 + (V_y)^2}$

شتاب «متوسط»: اگر متحرک در لحظه‌ی t_1 با سرعت $\vec{V}_1$ و در لحظه‌ی t_2 با سرعت $\vec{V}_2$ روی نمودار سرعت ـ زمان در حرکت باشد،

شتاب متوسط از رابطه‌ی روبه‌رو به دست می‌آید:

$$\bar{\vec{a}} = \frac{\Delta \vec{V}}{\Delta t} = \frac{\vec{V}_2 - \vec{V}_1}{t_2 - t_1} \rightarrow \begin{cases} \bar{a}_x = \dfrac{\Delta V_x}{\Delta t} \\ \bar{a}_y = \dfrac{\Delta V_y}{\Delta t} \end{cases} \rightarrow \bar{\vec{a}} = (\bar{a}_x)\vec{i} + (\bar{a}_y)\vec{j}$$

بزرگی شتاب متوسط از رابطه‌ی روبه‌رو به دست می‌آید: $|\bar{a}| = \sqrt{(\bar{a}_x)^2 + (\bar{a}_y)^2}$

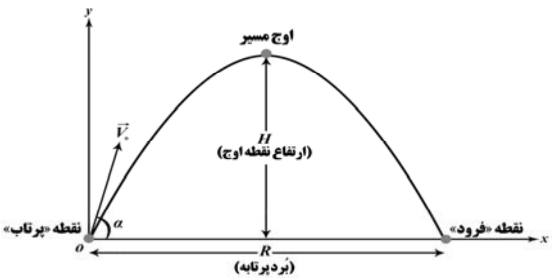
تعیین «معادله‌های شتاب» با استفاده از معادله‌های «حرکت = مکان ـ زمان» یا از معادله‌های «سرعت ـ زمان»:

از **مشتق اول معادله‌های سرعت ـ زمان** و یا **مشتق دوم معادله‌های مکان ـ زمان**، «**معادله‌های شتاب**» به دست می‌آید:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} \rightarrow \begin{cases} a_x = \dfrac{dV_x}{dt} \\ a_y = \dfrac{dV_y}{dt} \end{cases} \rightarrow \vec{a} = (a_x)\vec{i} + (a_y)\vec{j} \qquad * \qquad \vec{a} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$$

بزرگی شتاب لحظه‌ای از رابطه‌ی روبه‌رو به دست می‌آید: $a = \sqrt{(a_x)^2 + (a_y)^2}$

ویژه‌ی رشته‌ی ریاضی و فیزیک



حرکت «پرتابی»: ساده‌ترین نوع حرکتِ با شتاب ثابت در صفحه «**حرکت پرتابی**» است؛ اگر جسم کوچکی را چنان پرتاب کنیم که زاویه‌ی سرعت اولیه‌اش با امتداد قائم، «**مخالف صفر**» باشد، این حرکت را «**پرتابی**» و جسم پرتاب شده را «**پرتابه**» می‌نامیم؛ حرکت پرتابی را می‌توان به صورت ترکیب **۲** حرکت، یکی در راستای **افق (محور x)** و دیگری در راستای **قائم (محور y)** در نظر گرفت؛ در شکل زیر، مسیر حرکت یک پرتابه روی صفحه‌ی مختصات xoy، همراه با بردار شتاب $\vec{g}$ و نیز بردار سرعت اولیه‌ی جسم $\vec{V}_\circ$ که با افق زاویه‌ی α می‌سازد، نشان داده شده است.

معادله‌ی «سرعت اولیه» پرتابه: اگر جسمی با سرعت اولیه‌ی $V_\circ$ تحت زاویه‌ی α نسبت به سطح افقی پرتاب شود، معادله‌ی سرعت اولیه‌ی آن از رابطه‌ی روبه‌رو به دست می‌آید:

$$\vec{V}_\circ = (V_\circ \cos\alpha)\vec{i} + (V_\circ \sin\alpha)\vec{j} \rightarrow \begin{cases} V_{\circ x} = V_\circ \cos\alpha \\ V_{\circ y} = V_\circ \sin\alpha \end{cases}$$

معادله‌ی «حرکت» پرتابه در راستای «محور x»: اگر جسمی با سرعت اولیه‌ی $V_\circ$ تحت زاویه‌ی α نسبت به سطح افق در راستای محور x پرتاب شود، فاصله‌ی آن از نقطه‌ی پرتاب (مبدأ مختصات) در پایان لحظه‌ی t از رابطه‌ی روبه‌رو به دست می‌آید:

$$x = (V_\circ \cos\alpha)t$$

معادله‌ی «سرعت» پرتابه در راستای «محور x»: اگر جسمی با سرعت اولیه‌ی $V_\circ$ تحت زاویه‌ی α نسبت به سطح افق در راستای محور x پرتاب شود، سرعت آن «**ثابت**» بوده و از رابطه‌ی روبه‌رو به دست می‌آید:

$$V_x = V_\circ \cos\alpha$$

معادله‌ی «حرکت» پرتابه در راستای «محور y»: اگر جسمی با شتاب گرانش g و سرعت اولیه‌ی $V_\circ$ تحت زاویه‌ی α نسبت به سطح افق در راستای محور y پرتاب شود، فاصله‌ی آن از نقطه‌ی پرتاب (مبدأ مختصات) در پایان لحظه‌ی t از رابطه‌ی روبه‌رو به دست می‌آید:

$$y = -\frac{۱}{۲}gt^{۲} + (V_\circ \sin\alpha)t$$

معادله‌ی «سرعت» پرتابه در راستای «محور y»: اگر جسمی با شتاب گرانش g و سرعت اولیه‌ی $V_\circ$ تحت زاویه‌ی α نسبت به سطح افق در راستای محور y پرتاب شود، سرعت آن در پایان لحظه‌ی t از رابطه‌ی روبه‌رو به دست می‌آید:

$$V_y = -gt + V_\circ \sin\alpha$$

معادله‌ی «مسیر حرکت» پرتابه روی «صفحه‌ی xoy»: اگر در معادله‌های حرکت، برای x و y در حرکت دو بُعدی، زمان را حذف کنیم، معادله‌ی مسیر حرکت به دست می‌آید:

$$y = -\frac{gx^{۲}}{۲V_\circ^{۲}\cos^{۲}\alpha} + x\tan\alpha$$

«بُرد» پرتابه (R): فاصله‌ی افقی‌ای که پرتابه طی می‌کند تا دوباره به **ارتفاع اولیه‌ی پرتاب** برگردد، «**بُرد پرتابه**» نامیده می‌شود و از رابطه‌ی روبه‌رو به دست می‌آید:

$$R = \frac{V_\circ^{۲}\sin ۲\alpha}{g}$$

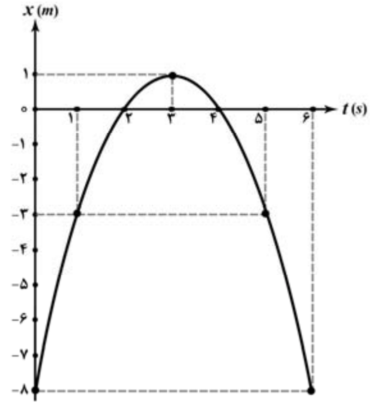
نکته: در حرکت **پرتابی**، «**زمان اوج و ارتفاع اوج**» به ترتیب از رابطه‌های زیر به دست می‌آیند:

زمان اوج $t = \frac{V_\circ \sin\alpha}{g}$ * ارتفاع اوج $H = \frac{V_\circ^{۲}\sin^{۲}\alpha}{۲g}$

مثال‌ها و تمرین‌های «حرکت‌شناسی در دو بُعد»

تمرین ۱ـ۱ـ معادله‌ی حرکت جسمی در یک بُعد در SI به صوت $x=-t^{۲}+۶t-۸$ است؛

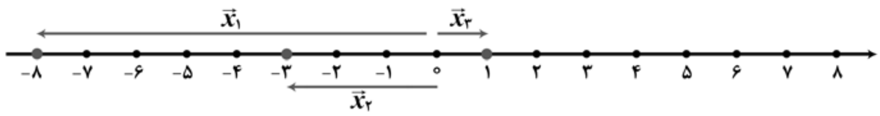
الف) نمودار مکان ــ زمان آن را رسم کنید.



ابتدا بایستی **مقادیر x** را به ازای **مقادیر دلخواه t** به دست آورده و بنابراین داریم:

$t(s)$	۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶
$x(m)$	-۸	-۳	۰	۱	۰	-۳	-۸

ب) بردار مکان جسم را در زمان‌های $t=۰,۱,۳(s)$ روی محور x نمایش دهید.



مثال ــ معادله‌ی حرکت جسمی در SI به صورت $x=۲t^{۲}+۱$ است؛ سرعت متوسط آن را در بازه‌های زمانی زیر به دست آورید:

الف) بازه‌ی زمانی **۱** تا **۲** ثانیه

ب) بازه‌ی زمانی **۱** تا **۱/۱** ثانیه

پ) بازه‌ی زمانی **۱** تا **۱/۰۱** ثانیه

ت) بازه‌ی زمانی **۱** تا **۱/۰۰۱** ثانیه

ابتدا بایستی **مقادیر x** را به ازای **مقادیر داده شده‌ی t** به دست آورده و سپس «**سرعت متوسط در بازه‌های زمانی مختلف**» را محاسبه نماییم و بنابراین داریم:

$$x=۲t^{۲}+۱\rightarrow\begin{cases}x_{(۱s)}=۲\times(۱)^{۲}+۱=۳m\\x_{(۲s)}=۲\times(۲)^{۲}+۱=۹m\\x_{(۱/۱s)}=۲\times(۱/۱)^{۲}+۱=۳/۴۲m\\x_{(۱/۰۱s)}=۲\times(۱/۰۱)^{۲}+۱=۳/۰۴۰۲m\\x_{(۱/۰۰۱s)}=۲\times(۱/۰۰۱)^{۲}+۱=۳/۰۰۴۰۰۲m\end{cases}$$

$$\overline{V}_x=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{x_۲-x_۱}{t_۲-t_۱}\rightarrow\begin{cases}\overline{V}_{(۱,۲s)}=\frac{۹-۳}{۲-۱}=۶m/s\\\overline{V}_{(۱,۱/۱s)}=\frac{۳/۴۲-۳}{۱/۱-۱}=\frac{۰/۴۲}{۰/۱}=۴/۲m/s\\\overline{V}_{(۱,۱/۰۱s)}=\frac{۳/۰۴۰۲-۳}{۱/۰۱-۱}=\frac{۰/۰۴۰۲}{۰/۰۱}=۴/۰۲m/s\\\overline{V}_{(۱,۱/۰۰۱s)}=\frac{۳/۰۰۴۰۰۲-۳}{۱/۰۰۱-۱}=\frac{۰/۰۰۴۰۰۲}{۰/۰۰۱}=۴/۰۰۲m/s\end{cases}$$

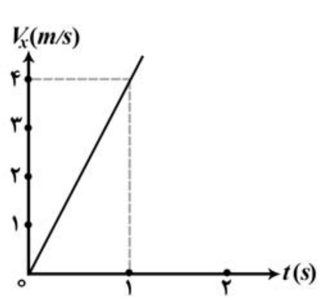
مثال ــ معادله‌ی حرکت متحرکی در SI به صورت $x=۲t^{۲}+۱$ است؛

الف) معادله‌ی سرعت آن را به دست آورید.

$$V_x=\frac{dx}{dt}=۴t$$

ب) نمودار سرعت ــ زمان را برای آن رسم کنید.

نمودار سرعت ــ زمان $(V-t)$ به صورت «**یک خط راست با شیب ثابت**» است.



پ) سرعت متحرک را در لحظه‌ی $t=۱s$ به دست آورید.

$$V_x=۴t\xrightarrow{t=۱s}V_x=۴\times۱=۴m/s$$

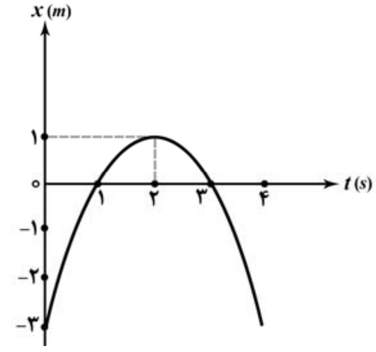
مثال ــ معادله‌ی حرکت جسمی در SI به صورت $x=-t^{۲}+۴t-۳$ است؛

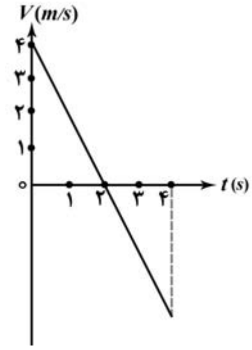
الف) معادله‌ی سرعت آن را به دست آورید.

$$V_x=\frac{dx}{dt}=-۲t+۴$$

ب) نمودارهای مکان ــ زمان و سرعت ــ زمان متحرک را در ۴ ثانیه‌ی اول رسم کنید.

نمودار مکان ــ زمان $(x-t)$ به صورت «**یک سهمی**» و نمودار سرعت ــ زمان $(V-t)$ به صورت «**یک خط راست با شیب ثابت**» است.





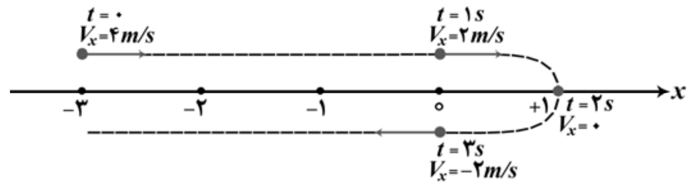
پ) نمودار مسیر حرکت جسم را رسم و چگونگی حرکت را توصیف کنید.

متحرک در لحظه‌ی $t=۰$ در مکان $x=-۳m$ قرار داشته و با سرعت $V_x=+۴m/s$ در «**جهت محور x ها**» حرکت می‌کند.

متحرک در لحظه‌ی $t=۱s$ در **مبدأ مکان** $x=۰$ قرار داشته و با سرعت $V_x=+۲m/s$ در «**جهت محور x ها**» حرکت می‌کند.

متحرک در لحظه‌ی $t=۲s$ در مکان $x=+۱m$ قرار داشته و سرعت آن $V_x=۰$ است؛ ضمناً بایستی به این نکته توجه داشته باشیم که در این لحظه، شیب مماس بر نمودار $x-t$ «**صفر (موازی محور زمان)**» بوده و متحرک «**تغییر جهت حرکت (تغییر علامت سرعت)**» داده است.

متحرک در لحظه‌ی $t=۳s$ مجدداً در **مبدأ مکان** $x=۰$ قرار داشته و با سرعت $V_x=-۲m/s$ در «**خلاف جهت محور x ها**» به حرکت خود ادامه می‌دهد.



مثال ــ متحرکی با سرعت ثابت $۵m/s$، در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند؛ این متحرک در لحظه‌ی $t=۰$ از نقطه‌ی $x=۱۰m$ می‌گذرد؛

الف) معادله‌ی حرکت متحرک را بنویسید.

با توجه به این‌که متحرک در **خلاف جهت محور x** حرکت می‌کند، پس علامت سرعت آن «**منفی**» بوده و بنابراین داریم:

$$x=V_xt+x_\circ\xrightarrow{V_x=-۵m/s\ ,\ x_\circ=+۱۰m}x=-۵t+۱۰$$

ب) متحرک پس از چه زمانی به مبدأ مختصات می‌رسد؟

$$x=-۵t+۱۰\xrightarrow{x=۰}۰=-۵t+۱۰\rightarrow ۵t=۱۰\rightarrow t=۲s$$

مثال ــ معادله‌ی حرکت جسمی در SI به صورت $x=t^{۳}-۶t^{۲}+۹t$ است؛

الف) شتاب متوسط آن را در بازه‌ی زمانی **۱** تا **۲** ثانیه به دست آورید.

ابتدا بایستی «**معادله‌ی سرعت متحرک**» را به دست آورده و سپس «**سرعت متحرک در بازه‌های زمانی داده شده**» را محاسبه نماییم و بنابراین داریم:

$$V_x=\frac{dx}{dt}=۳t^{۲}-۱۲t+۹\rightarrow\begin{cases}\xrightarrow{t=۱s}V_۱=۳\times(۱)^{۲}-(۱۲\times۱)+۹=۰\\ \xrightarrow{t=۲s}V_۲=۳\times(۲)^{۲}-(۱۲\times۲)+۹=-۳m/s\end{cases}$$

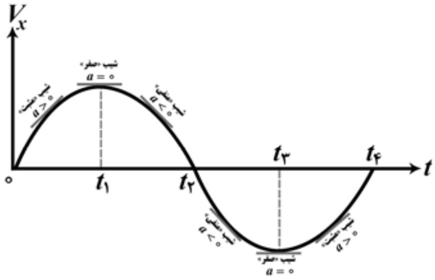
$$\bar{a}_x=\frac{\Delta V}{\Delta t}=\frac{V_۲-V_۱}{t_۲-t_۱}=\frac{-۳-۰}{۲-۱}=-۳m/s^{۲}$$

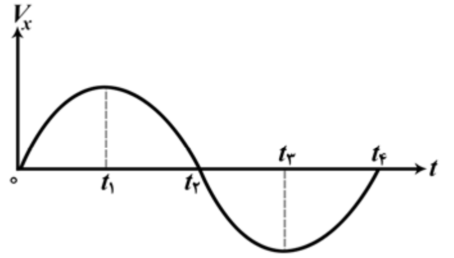
ب) شتاب آن را در لحظه‌های $t=۰$ و $t=۱s$ به دست آورید.

ابتدا بایستی «**معادله‌ی شتاب متحرک**» را به دست آورده و بنابراین داریم:

$$a_x=\frac{dV_x}{dt}=۶t-۱۲\rightarrow\begin{cases}\xrightarrow{t=۰}a_x=(۶\times ۰)-۱۲=-۱۲m/s^۲\\ \xrightarrow{t=۱s}a_x=(۶\times ۱)-۱۲=-۶m/s^۲\end{cases}$$

تمرین ۱ــ ۲ــ نمودار سرعت ــ زمان متحرکی در شکل زیر نشان داده شده است؛ بردار شتاب در چه بازه‌ی زمانی در جهت محور x و در چه بازه‌ی زمانی در خلاف جهت محور x است؟





در بازه‌های زمانی «**صفر تا $t_۱$ و $t_۳$ تا $t_۴$**»، شیب مماس بر نمودار «**مثبت (صعودی)**» بوده و بنابراین بردار شتاب در «**جهت محور x** » است.

در لحظه‌ی « **$t_۱$ و $t_۳$**»، شیب مماس بر نمودار «**صفر (موازی محور زمان)**» بوده و بنابراین بزرگی شتاب برابر «**صفر**» است.

در بازه‌های زمانی « **$t_۱$ تا $t_۲$ و $t_۲$ تا $t_۳$**»، شیب مماس برنمودار «**منفی (نزولی)**» بوده و بنابراین بردار شتاب در «**خلاف جهت محور x** » است.

فعالیت ۱ــ ۱ــ در تمرین فوق، سرعت متحرک در بازه‌ی زمانی ۰ تا $t_۱$ مثبت است؛ a_x نیز مثبت است؛ زیرا شیب مماس بر نمودار در این بازه‌ی زمانی مثبت است و حرکت تندشونده است؛ حاصل‌ضرب a_xV_x نیز مثبت است؛ اکنون جاهای خالی را در گزاره‌های زیر پُر کنید:

الف) در بازه‌ی زمانی $t_۱$ تا $t_۲$ سرعت متحرک .... است؛ a_x .... است. حرکت .... است؛ حاصل‌ضرب a_xV_x.............. است.

مثبت ــ منفی ــ کندشونده ــ منفی

ب) در بازه‌ی زمانی $t_۲$ تا $t_۳$ سرعت متحرک .... است؛ a_x .... است. حرکت .... است؛ حاصل‌ضرب a_xV_x.............. است.

منفی ــ منفی ــ تندشونده ــ مثبت

پ) در زمان‌های بزرگ‌تر از $t_۳$، سرعت متحرک .... است؛ a_x.............. است؛ حرکت .... است؛ حاصل‌ضرب a_xV_x.............. است.

منفی ــ مثبت ــ کندشونده ــ منفی

مثال ــ خودرویی با سرعت $۱۰m/s$ در حال حرکت است؛ راننده ترمز می‌کند و سرعت خودرو با شتاب $۲m/s^۲$ کاهش می‌یابد؛

الف) چه زمانی طول می‌کشد تا خودرو متوقف شود؟

با توجه به این که حرکت «**کندشونده**» و « $V_{\circ x}=+۱۰m/s$» است، پس الزاماً علامت a_x«**مخالف علامت $V_{\circ x}$**» بوده و بنابراین داریم:

$$t_{\text{زمان توقف}}=\left|\frac{V_{\circ x}}{a}\right|=\left|\frac{۱۰}{-۲}\right|=۵s$$

ب) در این بازه‌ی زمانی، خودرو چه مسافتی را می‌پیماید؟

$$\Delta x_{\text{مسافت توقف}}=\left|\frac{V_{\circ x}^۲}{۲a}\right|=\left|\frac{(۱۰)^۲}{۲\times(-۲)}\right|=\left|\frac{۱۰۰}{-۴}\right|=۲۵m$$

مثال ــ سنگی را از بالای ساختمان بلندی به ارتفاع $۴۵\,m$ رها می‌کنیم؛ $(g = ۱۰\,m/s^۲)$

الف) سنگ پس از چه زمانی به زمین می‌رسد؟ $h = \frac{۱}{۲}gt^۲ \rightarrow ۴۵ = \frac{۱}{۲}\times ۱۰ \times t^۲ \rightarrow ۴۵ = ۵t^۲ \rightarrow t^۲ = ۹ \xrightarrow{\sqrt{\ }} t = ۳s$

ب) سرعت سنگ، هنگام رسیدن به زمین چند متر بر ثانیه و چند کیلومتر بر ساعت است؟

$V = gt = ۱۰ \times ۳ = ۳۰\,m/s \xrightarrow{\times ۳/۶} V = ۱۰۸\,km/h$

فعالیت ۱ــ ۲ــ از دوست خود بخواهید، یک خط‌کش مدرج بلند را بین انگشتان شما نگه دارد و در یک لحظه آن را رها کند؛ چگونه می‌توانید زمان واکنش خود را (یعنی زمانی‌که طول می‌کشد تا پس از مشاهده‌ی رها شدن خط‌کش، آن را بگیرید) اندازه‌گیری کنید.

از دوست خود می‌خواهیم، خط‌کش مدرجی را از **قسمت صفر**، بین انگشتان ما **نگه دارد** و در یک لحظه آن را **رها کند**، بلافاصله پس از رها کردن، خط‌کش را گرفته و **فاصله‌ی بین صفر تا محل گرفتن خط‌کش** را «h» نامیده و در رابطه‌ی «$h = \frac{۱}{۲}gt^۲$» قرار داده و «**زمان واکنش خود**» را محاسبه می‌نماییم.

مثال ــ سنگی را با سرعت $۲۰\,m/s$ در راستای قائم به طرف بالا پرتاب می‌کنیم؛

الف) چه زمانی طول می‌کشد تا سنگ به بالاترین ارتفاع برسد؟

با توجه به این‌که سرعت‌های روبه **بالا** علامت «**مثبت**» دارند، پس بنابراین داریم: $t_{\text{زمان اوج}} = \left|\frac{V_{\circ y}}{g}\right| = \left|\frac{+۲۰}{۱۰}\right| = ۲s$

ب) سنگ تا چه ارتفاعی بالا می‌رود؟ $h_{\text{ارتفاع اوج}} = \left|\frac{V_{\circ y}^۲}{۲g}\right| = \left|\frac{(۲۰)^۲}{۲\times ۱۰}\right| = \left|\frac{۴۰۰}{۲۰}\right| = ۲۰m$

پ) چه زمانی طول می‌کشد تا سنگ به نقطه‌ی پرتاب برگردد؟ $T_{\text{کل زمان رفت و برگشت به نقطه‌ی پرتاب}} = \left|\frac{۲V_\circ}{g}\right| = \left|\frac{۲\times ۲۰}{۱۰}\right| = \left|\frac{۴۰}{۱۰}\right| = ۴s$

ت) سرعت سنگ در نقطه‌ی پرتاب چقدر است؟

«**سرعت بازگشت سنگ** = **سرعت پرتاب سنگ**» بوده، با این تفاوت که فقط علامت سرعت‌های روبه **پایین** «**منفی**» می‌باشد و بنابراین داریم:

$V_y = -۲۰\,m/s$

مثال ــ از بالای ساختمانی به ارتفاع $۵۰\,m$، سنگی را در راستای قائم با سرعت $۱۵\,m/s$ به بالا پرتاب می‌کنیم؛ چه مدت زمانی طول می‌کشد تا سنگ به زمین برسد؟

با توجه به این‌که زمین در «**پایین مبدأ پرتاب**» قرار دارد، پس بایستی **علامت ارتفاع** را به صورت «**منفی**» در رابطه‌ی زیر جایگزین نماییم:

$$h = -\frac{۱}{۲}gt^۲ + V_\circ t \xrightarrow{h=-۵۰m} -۵۰ = (-\frac{۱}{۲}\times ۱۰ \times t^۲) + (۱۵\times t) \rightarrow -۵۰ = -۵t^۲ + ۱۵t \rightarrow ۵t^۲ - ۱۵t - ۵۰ = ۰$$

$$\xrightarrow{\div ۵} t^۲ - ۳t - ۱۰ = ۰ \rightarrow (t+۲)(t-۵) = ۰ \rightarrow t = -۲s\ ,\ t = ۵s_{\text{صحیح}}$$

پرسش ــ رابطه‌ی $\overline{\vec{V}} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$ نشان می‌دهد که سرعت متوسط، کمیتی برداری است و $\overline{\vec{V}}$ با $\Delta\vec{r}$ هم‌جهت است؛ چرا؟

از حاصل‌ضرب یک **عدد مثبت** (مانند $\frac{۱}{\Delta t}$) در یک کمیت **برداری** (مانند $\Delta\vec{r}$)، کمیتی «**برداری و هم‌جهت با بردار ابتدایی (مانند $\overline{\vec{V}}$)**» به دست می‌آید.

مثال ــ معادله‌های حرکت جسمی در دو بُعد، در SI به صورت $x = ۲t \ , \ y = -t^۲ + ۴t$ است؛

الف) بردار مکان جسم را در لحظه‌های $t_۱ = ۱s$ و $t_۲ = ۲s$ به دست آورید.

$$\left.\begin{array}{l} x = ۲t \\ y = -t^۲ + ۴t \end{array}\right\} \xrightarrow{t_۱ = ۱s} \begin{cases} x_۱ = ۲ \times ۱ = ۲m \\ y_۱ = -(۱)^۲ + (۴ \times ۱) = ۳m \end{cases} \xrightarrow{\vec{r}_۱ = x_۱\vec{i} + y_۱\vec{j}} \vec{r}_۱ = ۲\vec{i} + ۳\vec{j}$$

$$\left.\begin{array}{l} x = ۲t \\ y = -t^۲ + ۴t \end{array}\right\} \xrightarrow{t_۲ = ۲s} \begin{cases} x_۱ = ۲ \times ۲ = ۴m \\ y_۱ = -(۲)^۲ + (۴ \times ۲) = ۴m \end{cases} \xrightarrow{\vec{r}_۲ = x_۲\vec{i} + y_۲\vec{j}} \vec{r}_۲ = ۴\vec{i} + ۴\vec{j}$$

ب) سرعت متوسط جسم را در بازه‌ی زمانی **۱** تا **۲** ثانیه تعیین و بزرگی آن را حساب کنید.

$$\vec{\bar{V}} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{\vec{r}_۲ - \vec{r}_۱}{t_۲ - t_۱} = \frac{(۴\vec{i} + ۴\vec{j}) - (۲\vec{i} + ۳\vec{j})}{۲ - ۱} = ۲\vec{i} + \vec{j}$$

$$\left|\bar{V}\right| = \sqrt{(\bar{V}_x)^۲ + (\bar{V}_y)^۲} = \sqrt{(۲)^۲ + (۱)^۲} = \sqrt{۵} \approx ۲/۲۳ m/s$$

مثال ــ خودرویی در یک صفحه‌ی افقی به نام xoy، حرکت می‌کند و معادله‌های حرکت آن در SI به صورت $x = ۶t + ۵ \ , \ y = ۴t^۲$ است؛

بزرگی سرعت خودرو را در $t = ۱s$ به دست آورید. $V_x = \frac{dx}{dt} = ۶ m/s$ * $V_y = \frac{dy}{dt} = ۸t \xrightarrow{t=۱s} V_y = ۸ \times ۱ = ۸ m/s$

$$V = \sqrt{(V_x)^۲ + (V_y)^۲} = \sqrt{(۶)^۲ + (۸)^۲} = \sqrt{۳۶ + ۶۴} = \sqrt{۱۰۰} = ۱۰ m/s$$

فعالیت ۱ــ ۳ــ دو حرکت شتابدار مثال بزنید که در آنها، بزرگی سرعت تغییر نکند.

هر حرکتی در مسیر **خمیده** «**شتاب‌دار**» است، هر چند که با «**سرعت ثابت**» باشد.

مثال ــ معادله‌ی حرکت دو بُعدی جسمی در SI به صورت $x = ۲۰t^۲ \ , \ y = -۵t^۳$ است؛

الف) بردارهای سرعت و شتاب این جسم را در لحظه‌ی $t = ۱s$ به دست آورید.

$$\left.\begin{array}{l} V_x = \frac{dx}{dt} = ۴۰t \\ V_y = \frac{dy}{dt} = -۱۵t^۲ \end{array}\right\} \xrightarrow{t=۱s} \begin{cases} V_x = ۴۰ \times ۱ = ۴۰ m/s \\ V_y = -۱۵ \times (۱)^۲ = -۱۵ m/s \end{cases} \xrightarrow{\vec{V} = V_x\vec{i} + V_y\vec{j}} \vec{V} = ۴۰\vec{i} - ۱۵\vec{j}$$

$$\left.\begin{array}{l} a_x = \frac{dV_x}{dt} = ۴۰ m/s^۲ \\ a_y = \frac{dV_y}{dt} = -۳۰t \, m/s^۲ \end{array}\right\} \xrightarrow{t=۱s} \begin{cases} a_x = ۴۰ m/s^۲ \\ a_y = -۳۰ \times ۱ = -۳۰ m/s^۲ \end{cases} \xrightarrow{\vec{a} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j}} \vec{a} = ۴۰\vec{i} - ۳۰\vec{j}$$

ب) آیا دو بردار سرعت و شتاب، هم‌جهت‌اند؟

زاویه‌ی بردارهای سرعت و شتاب با محور افقی، در لحظه‌ی $t = ۱s$ به ترتیب برابرند با:

$$\tan\theta_۱ = \frac{V_y}{V_x} = \frac{-۱۵}{۴۰} = \frac{-۳}{۸} \rightarrow \theta_۱ = \tan^{-۱}\frac{-۳}{۸} \approx -۷^\circ$$

$$\tan\theta_۲ = \frac{a_y}{a_x} = \frac{-۳۰}{۴۰} = \frac{-۳}{۴} \rightarrow \theta_۲ = \tan^{-۱}\frac{-۳}{۴} \approx -۳۷^\circ$$

با توجه به زاویه‌های $\theta_۱$ و $\theta_۲$ نتیجه می‌گیریم که بردارهای سرعت و شتاب در لحظه‌ی $t = ۱s$ هم‌جهت **نیستند**.

ویژه‌ی رشته‌ی ریاضی و فیزیک

تمرین ۱ـ ۵ـ به ازای چه زاویه‌ای (α)، بُرد پرتابه بیشینه است؟

$$R = \frac{V_\circ^۲ \sin ۲\alpha}{g} \xrightarrow{\alpha=۴۵^\circ} R_{\max} = \frac{V_\circ^۲ \sin ۲\times ۴۵^\circ}{g} = \frac{V_\circ^۲ \sin ۹۰^\circ}{g} = \frac{V_\circ^۲ \times ۱}{g} = \frac{V_\circ^۲}{g}$$

پس بنابراین به ازای « $\alpha = ۴۵^\circ$ »، بُرد پرتابه «**بیشینه (ماکزیمم)**» است.

مثال ـ یک بازیکن فوتبال، توپی را تحت زاویه‌ی ۳۷° نسبت به افق، با سرعت اولیه‌ی $۱۰\, m/s$ شوت می‌کند؛ با فرض این‌که توپ در صفحه‌ی xoy حرکت کند و مقاومت هوا ناچیز باشد: $(\sin ۳۷^\circ = ۰/۶)$

الف) زمان رسیدن توپ به نقطه‌ی اوج را به دست آورید.

$$t = \frac{V_\circ \sin\alpha}{g} = \frac{۱۰\times \sin ۳۷^\circ}{۹/۸} = \frac{۱۰\times ۰/۶}{۹/۸} = \frac{۶}{۹/۸} \approx ۰/۶\, s$$

ب) پس از چه زمانی توپ به زمین برمی‌گردد؟

با توجه به این‌که پس از بازگشت توپ به زمین، جابه‌جایی آن برابر «**صفر**» است $(y = ۰)$، پس بنابراین داریم:

$$y = -\frac{۱}{۲} g t^۲ + (V_\circ \sin\alpha) t \xrightarrow{y=۰} ۰ = -\frac{۱}{۲} \times ۹/۸ \times t^۲ + (۱۰\times ۰/۶) t \to ۰ = -۴/۹ t^۲ + ۶t \to t(-۴/۹t + ۶) = ۰$$

$$\to t = ۰ \ , \ -۴/۹t + ۶ = ۰ \to -۴/۹t = -۶ \to t = ۱/۲\, s$$

تمرین ۱ـ۶ـ ارتفاع نقطه‌ی اوج و نیز بُرد توپ را در مثال فوق محاسبه کنید.

$$H = \frac{V_\circ^۲ \sin^۲\alpha}{۲g} = \frac{(۱۰)^۲ \times \sin^۲ ۳۷^\circ}{۲\times ۹/۸} = \frac{۱۰۰\times (۰/۶)^۲}{۱۹/۶} = \frac{۱۰۰\times ۰/۳۶}{۱۹/۶} = \frac{۳۶}{۱۹/۶} \approx ۱/۸\, m$$

$$R = \frac{V_\circ^۲ \sin ۲\alpha}{g} = \frac{۲V_\circ^۲ \sin\alpha\cos\alpha}{g} = \frac{۲\times (۱۰)^۲ \times \sin ۳۷^\circ \times \cos ۳۷^\circ}{۹/۸} = \frac{۲۰۰\times ۰/۶\times ۰/۸}{۹/۸} = \frac{۹۶}{۹/۸} \approx ۹/۸\, m$$

مثال ـ از بالای برجی به ارتفاع **۴۹** متر، توپی با سرعت افقی $۲۲\, m/s$ پرتاب می‌شود؛

الف) چه مدت طول می‌کشد تا توپ به زمین برسد؟

با توجه به این‌که زمین در «**پایین مبدأ پرتاب**» قرار دارد، پس بایستی **علامت ارتفاع** را به صورت «**منفی**» در رابطه‌ی زیر جایگزین نماییم:

$$y = -\frac{۱}{۲} g t^۲ + (V_\circ \sin\alpha) t \xrightarrow{y=-۴۹m\ ,\ \alpha=۰} -۴۹ = -\frac{۱}{۲} \times ۹/۸ \times t^۲ \to -۴۹ = -۴/۹ t^۲ \to t^۲ = ۱۰ \xrightarrow{\sqrt{\ }} t \approx ۳/۲\, s$$

ب) فاصله‌ی نقطه‌ی برخورد توپ با زمین تا پای برج چند متر است؟

$$x = (V_\circ \cos\alpha) t = (۲۲\times \cos ۰^\circ) \times ۳/۲ = ۲۲\times ۱\times ۳/۲ = ۷۰/۴\, m$$

پ) سرعت توپ هنگام برخورد به زمین چقدر است؟

$$V_x = V_\circ \cos\alpha = ۲۲\times \cos ۰^\circ = ۲۲\times ۱ = ۲۲\, m/s$$

$$V_y = -gt + V_\circ \sin\alpha = (-۹/۸\times ۳/۲) + (۲۲\times \sin ۰^\circ) = -۳۱/۳۶ + (۲۲\times ۰) = -۳۱/۳۶\, m$$

$$V = \sqrt{(V_x)^۲ + (V_y)^۲} = \sqrt{(۲۲)^۲ + (۳۱/۳۶)^۲} \approx \sqrt{۴۸۴ + ۹۸۳} \approx \sqrt{۱۴۷۶} \approx ۳۸\, m/s$$

تمرین‌های پایان فصل «حرکت‌شناسی در دو بُعد»

۱ـ معادله‌ی حرکت جسمی در SI به صورت $x = t^{۳} - ۳t^{۲}$ است؛ مطلوب است:

الف) بزرگی سرعت متوسط جسم در بازه‌ی زمانی **۱** تا **۲** ثانیه.

$$x = t^{۳} - ۳t^{۲} \rightarrow \begin{cases} x_{۱} = (۱)^{۳} - ۳\times(۱)^{۲} = ۱ - ۳ = -۲m \\ x_{۲} = (۲)^{۳} - ۳\times(۲)^{۲} = ۸ - ۱۲ = -۴m \end{cases}$$

$$\overline{V} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_{۲} - x_{۱}}{t_{۲} - t_{۱}} = \frac{-۴-(-۲)}{۲-۱} = \frac{-۴+۲}{۱} = -۲m/s$$

ب) بزرگی سرعت متحرک در لحظه‌ی $t = ۴s$.

$$V = \frac{dx}{dt} = ۳t^{۲} - ۶t \xrightarrow{t=۴s} V = ۳\times(۴)^{۲} - (۶\times۴) = ۴۸ - ۲۴ = ۲۴m/s$$

۲ـ جسمی با سرعت ثابت بر روی محور x حرکت می‌کند؛ جسم در لحظه‌ی $t = ۲s$ در مبدأ مختصات و **۲** ثانیه‌ی بعد در $x = -۶m$ است؛

الف) معادله‌ی حرکت جسم را بنویسید.

ابتدا بایستی «**سرعت و فاصله‌ی جسم از مبدأ**» را به دست آورده و سپس «**معادله‌ی حرکت**» آن را بنویسیم و بنابراین داریم:

$$x = Vt + x_{\circ} \rightarrow \begin{cases} ۰ = (V\times۲) + x_{\circ} \rightarrow ۲V + x_{\circ} = ۰ \xrightarrow{\times(-)} -۲V - \cancel{x_{\circ}} = ۰ \\ -۶ = (V\times۴) + x_{\circ} \rightarrow ۴V + \cancel{x_{\circ}} = -۶ \end{cases} \rightarrow ۲V = -۶ \rightarrow V = -۳m/s$$

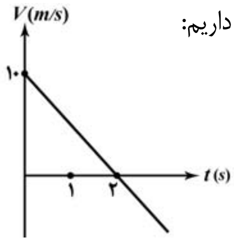
$$۲V + x_{\circ} = ۰ \xrightarrow{V=-۳m/s} ۲\times(-۳) + x_{\circ} = ۰ \rightarrow -۶ + x_{\circ} = ۰ \rightarrow x_{\circ} = ۶m$$

$$x = Vt + x_{\circ} \xrightarrow{V=-۳m/s\ ,\ x_{\circ}=۶m} x = -۳t + ۶$$

ب) مکان جسم را در لحظه‌ی $t = ۳s$ به دست آورید.

$$x = -۳t + ۶ \xrightarrow{t=۳s} x = -۳\times(۳) + ۶ = -۹ + ۶ = -۳m$$

۳ـ معادله‌ی سرعت ـ زمان متحرکی مطابق شکل مقابل است؛ اگر متحرک در لحظه‌ی $t = ۰$، در $x = ۲m$ باشد، معادله‌ی حرکت آن را به دست آورید.



ابتدا بایستی «**شتاب حرکت متحرک**» را به دست آورده و سپس «**معادله‌ی حرکت**» آن را بنویسیم و بنابراین داریم:

$$a = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{V_{۲} - V_{۱}}{t_{۲} - t_{۱}} = \frac{۰-۱۰}{۲-۰} = \frac{-۱۰}{۲} = -۵m/s^{۲}$$

$$x = \frac{۱}{۲}at^{۲} + V_{\circ}t + x_{\circ} \xrightarrow{a=-۵m/s^{۲}\ ,\ x_{\circ}=۲m} x = \frac{۱}{۲}\times(-۵)\times t_{۲} + (۱۰\times t) + ۲ \rightarrow x = -\frac{۵}{۲}t^{۲} + ۱۰t + ۲$$

۴ـ معادله‌ی حرکت متحرکی که بر روی خط راست حرکت می‌کند، در SI به صورت $x = ۲t^{۳} + ۴t$ است؛

الف) شتاب متوسط متحرک در بازه‌ی زمانی **۱** تا **۲** ثانیه را به دست آورید.

$$V = \frac{dx}{dt} = ۶t^{۲} + ۴ \rightarrow \begin{cases} V_{۱} = ۶\times(۱)^{۲} + ۴ = ۶ + ۴ = ۱۰m/s \\ V_{۲} = ۶\times(۲)^{۲} + ۴ = ۲۴ + ۴ = ۲۸m/s \end{cases}$$

$$\overline{a} = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{V_{۲} - V_{۱}}{t_{۲} - t_{۱}} = \frac{۲۸-۱۰}{۲-۱} = ۱۸m/s^{۲}$$

ب) شتاب متحرک در لحظه‌ی $t = ۳s$ را به دست آورید.

$$a = \frac{dV}{dt} = ۱۲t \xrightarrow{t=۳s} a = ۱۲\times۳ = ۳۶m/s^{۲}$$

۵ـ بیشینه‌ی شتاب خودرویی در حین ترمز کردن در جاده‌ی خشک $۵m/s^۲$ و در جاده‌ی خیس $۲m/s^۲$ است؛ اگر این خودرو با سرعت $۷۲km/h$ در حرکت باشد و راننده ناگهان مانعی را در فاصله‌ی **۴۵** متری خود ببیند، آیا می‌تواند خودرو را به موقع متوقف کند؟ (زمان تأخیر واکنش راننده را ناچیز فرض کنید.) درصورتی که:

الف) جاده خشک باشد.

ابتدا بایستی سرعت خودرو را برحسب «**متر بر ثانیه**» به دست آورده و بنابراین داریم: $V_\circ = ۷۲km/h \times \frac{۱۰}{۳۶} = \frac{۷۲۰}{۳۶} = ۲۰m/s$

$$\Delta x = \left|\frac{V_\circ^۲}{۲a}\right| = \left|\frac{(۲۰)^۲}{۲\times ۵}\right| = \frac{۴۰۰}{۱۰} = ۴۰m \rightarrow \text{خودرو در ۵ متری مانع «متوقف» می‌گردد}$$

ب) جاده خیس باشد.

$$\Delta x = \left|\frac{V_\circ^۲}{۲a}\right| = \left|\frac{(۲۰)^۲}{۲\times ۲}\right| = \frac{۴۰۰}{۴} = ۱۰۰m \rightarrow \text{خودرو به مانع «برخورد می‌کند»}$$

۶ـ خودرویی در پشت چراغ قرمز ایستاده است؛ با سبز شدن چراغ، خودرو با شتاب $۲m/s^۲$ شروع به حرکت می‌کند؛ در همین لحظه کامیونی با سرعت ثابت $۳۶km/h$ از کنار آن می‌گذرد؛

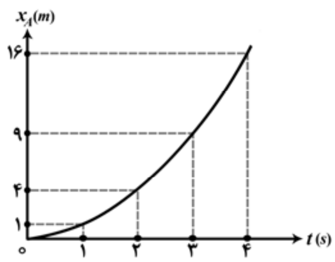
الف) نمودارهای مکان ــ زمان و سرعت ــ زمان را برای خودرو و کامیون رسم کنید.

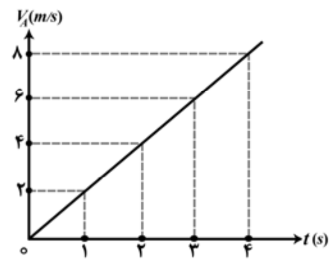
با توجه به این‌که **خودرو** با «**شتاب ثابت**» شروع به حرکت می‌کند، پس بنابراین داریم:

$$\begin{cases} x_A = \frac{۱}{۲}at^۲ + V_{\circ A}t + x_{\circ A} \xrightarrow{a=۲m/s^۲,\ V_{\circ A}=۰,\ x_{\circ A}=۰} x_A = \frac{۱}{۲}\times ۲\times t^۲ \rightarrow x_A = t^۲ \\ V_A = at + V_{\circ A} \xrightarrow{a=۲m/s^۲,\ V_{\circ A}=۰} V_A = ۲t \end{cases}$$

$t(s)$	۰	۱	۲	۳	۴
$x_A(m)$	۰	۱	۴	۹	۱۶

$t(s)$	۰	۱	۲	۳	۴
$V_A(m/s)$	۰	۲	۴	۶	۸

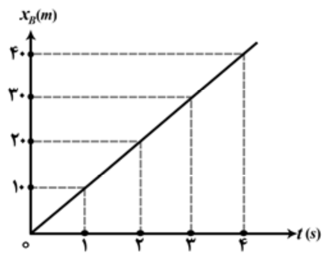


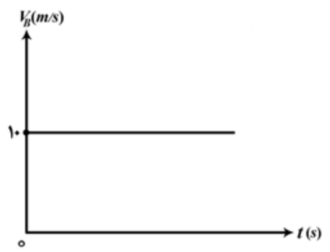


و حال با توجه به این‌که **کامیون** با «**سرعت ثابت**» در حال حرکت است، پس حرکت کامیون «**یکنواخت**» بوده و بنابراین داریم:

$$\begin{cases} V_B = ۳۶km/h \times \frac{۱۰}{۳۶} = \frac{۳۶۰}{۳۶} = ۱۰m/s \\ x_B = V_B t + x_{\circ B} \xrightarrow{V_B=۱۰m/s,\ x_{\circ B}=۰} x_B = ۱۰t \end{cases}$$

$t(s)$	۰	۱	۲	۳	۴
$x_B(m)$	۰	۱۰	۲۰	۳۰	۴۰





ب) پس از چه مدتی، خودروبه کامیون می‌رسد؟

زمانی خودرو به کامیون می‌رسد که **مکان** هردوی آنها «**یکسان**» شود و بنابراین داریم:

$$x_A = x_B \rightarrow t^۲ = ۱۰t \rightarrow t^۲ - ۱۰t = ۰ \rightarrow t(t-۱۰) = ۰ \rightarrow \begin{cases} t = ۰ \\ t - ۱۰ = ۰ \rightarrow t = ۱۰s \end{cases}$$

۷ـ از برجی به ارتفاع $25m$، توپی در راستای قائم به طرف بالا پرتاب می‌شود؛ توپ پس از ۴ ثانیه به محل پرتاب برمی‌گردد؛ $(g = 10m/s^2)$

الف) توپ با چه سرعتی پرتاب شده است؟

$$T = \frac{2V_0}{g} \to 4 = \frac{2V_0}{10} \to 2V_0 = 4\times 10 \to 2V_0 = 40 \to V_0 = 20m/s$$

ب) توپ تا چه ارتفاعی بالا می‌رود؟

$$h = \left|\frac{V_0^2}{2g}\right| = \left|\frac{(20)^2}{2\times 10}\right| = \frac{400}{20} = 20m \text{ ارتفاع اوج}$$

$$\text{ارتفاع کل} = \text{ارتفاع ساختمان} + \text{ارتفاع اوج} = 25 + 20 = 45m$$

پ) توپ با چه سرعتی به زمین می‌رسد؟

با توجه به این‌که زمین در «**پایین مبدأ پرتاب**» قرار دارد، پس بنابراین بایستی **علامت ارتفاع** را به صورت «**منفی**» در رابطه‌ی زیر جایگزین نماییم:

$$V^2 - V_0^2 = -2gh \xrightarrow{V_0=20m/s\ ,\ h=-25m} V^2 - (20)^2 = -2\times 10\times(-25) \to V^2 = 900 \xrightarrow{\sqrt{\ }} V = 30m/s$$

ت) توپ بعد از چند ثانیه به زمین می‌رسد؟

$$h = -\frac{1}{2}gt^2 + V_0 t \xrightarrow{h=-25m\ ,\ V_0=20m/s} -25 = (-\frac{1}{2}\times 10\times t^2) + (20\times t) \to -25 = -5t^2 + 20t \to 5t^2 - 20t - 25 = 0$$

$$\xrightarrow{\div 5} t^2 - 4t - 5 = 0 \to (t+1)(t-5) = 0 \to \begin{cases} t = -1s \\ t = 5s \text{ صحیح} \end{cases}$$

۸ـ مثالی ذکر کنید که در آن سرعت یک جسم در یک لحظه صفر، ولی جسم در آن لحظه دارای شتاب باشد.

وقتی سنگی را با سرعت اولیه‌ی V_0 به طرف بالا **پرتاب** می‌کنیم، سرعت سنگ در **نقطه‌ی اوج** «**صفر**» شده $(V = 0)$، اما شتاب آن برابر «$-g$» می‌باشد $(a = -g)$.

۹ـ کانگورو می‌تواند از مانعی به ارتفاع $2/5$ متر بِپَرد؛ (فرض کنید حرکت کانگورو در راستای قائم است.)

الف) سرعت آن را هنگام بلند شدن از زمین محاسبه کنید.

$$h = \left|\frac{V_0^2}{2g}\right| \to 2/5 = \left|\frac{V_0^2}{2\times 10}\right| \to 2/5 = \frac{V_0^2}{20} \to V_0^2 = 20\times 2/5 \to V_0^2 = 50 \xrightarrow{\sqrt{\ }} V_0 = \sqrt{50} = \sqrt{25\times 2} = 5\sqrt{2}\,m/s$$

ب) سرعت آن را به هنگام بازگشت به زمین محاسبه کنید.

با توجه به این‌که **مبدأ پرش و محل بازگشت** کانگورو «**یکسان**» (یعنی **زمین**) است، پس بنابراین سرعت بازگشت کانگورو به زمین نیز **برابر** سرعت پرش آن از زمین بوده، با این تفاوت که علامت سرعت‌های رو به **پایین** «**منفی**» می‌باشد $(V = -5\sqrt{2}\,m/s)$.

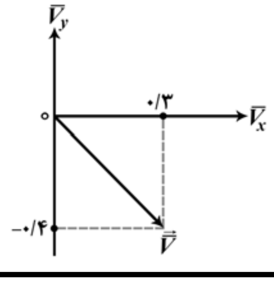
۱۰ـ بردارهای مکان ذره‌ی متحرکی در لحظه‌های $t_1 = 5s$ و $t_2 = 25s$ به ترتیب $\vec{r}_1 = 2\vec{i} + 14\vec{j}$ و $\vec{r}_2 = 8\vec{i} + 6\vec{j}$ است؛

الف) بزرگی سرعت متوسط این ذره را بین دو لحظه‌ی t_1 و t_2 به دست آورید.

$$\vec{\bar{V}} = \frac{\Delta r}{\Delta t} = \frac{r_2 - r_1}{t_2 - t_1} = \frac{(8\vec{i} + 6\vec{j}) - (2\vec{i} + 14\vec{j})}{25 - 5} = \frac{6\vec{i} - 8\vec{j}}{20} = 0/3\vec{i} - 0/4\vec{j}$$

$$\left|\bar{V}\right| = \sqrt{(\bar{V}_x)^2 + (\bar{V}_y)^2} = \sqrt{(0/3)^2 + (0/4)^2} = \sqrt{0/09 + 0/16} = \sqrt{0/25} = 0/5\,m/s$$

ب) با رسم یک نمودار، جهت $\vec{\bar{V}}$ را نشان دهید.



۱۱ـ معادله‌ی حرکت جسمی در SI به صورت دو رابطه‌ی $x = ۶t$, $y = ۲t^۲ + ۱$ است؛

الف) معادله‌ی سرعت جسم را بنویسید و بزرگی سرعت را در لحظه‌ی $t = ۲s$ به دست آورید.

$$\vec{V} = \left(\frac{dx}{dt}\right)\vec{i} + \left(\frac{dy}{dt}\right)\vec{j} \rightarrow \vec{V} = (۶)\vec{i} + (۴t)\vec{j}$$

$$|V| = \sqrt{(V_x)^۲ + (V_y)^۲} \xrightarrow{t=۲s} |V| = \sqrt{(۶)^۲ + (۴\times۲)^۲} = \sqrt{۳۶+۶۴} = \sqrt{۱۰۰} = ۱۰m/s$$

ب) بردار سرعت متوسط جسم را بین لحظه‌های $t = ۱s$ و $t = ۲s$، برحسب بردارهای یکّه‌ی $\vec{i}$ و $\vec{j}$ بنویسید.

$$\left.\begin{array}{l} x = ۶t \\ y = ۲t^۲ + ۱ \end{array}\right\} \xrightarrow{t=۱s} \left\{\begin{array}{l} x_۱ = ۶\times۱ = ۶m \\ y_۱ = ۲\times(۱)^۲ + ۱ = ۳m \end{array}\right. \xrightarrow{\vec{r}_۱ = x_۱\vec{i} + y_۱\vec{j}} \vec{r}_۱ = ۶\vec{i} + ۳\vec{j}$$

$$\left.\begin{array}{l} x = ۶t \\ y = ۲t^۲ + ۱ \end{array}\right\} \xrightarrow{t=۲s} \left\{\begin{array}{l} x_۲ = ۶\times۲ = ۱۲m \\ y_۲ = ۲\times(۲)^۲ + ۱ = ۹m \end{array}\right. \xrightarrow{\vec{r}_۲ = x_۲\vec{i} + y_۲\vec{j}} \vec{r}_۲ = ۱۲\vec{i} + ۹\vec{j}$$

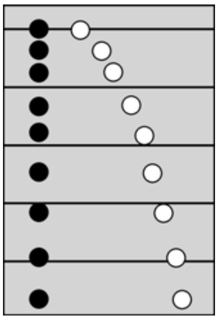
$$\bar{\vec{V}} = \frac{\Delta r}{\Delta t} = \frac{r_۲ - r_۱}{t_۲ - t_۱} = \frac{(۱۲\vec{i} + ۹\vec{j}) - (۶\vec{i} + ۳\vec{j})}{۲-۱} = ۶\vec{i} + ۶\vec{j}$$

ویژه‌ی رشته‌ی ریاضی و فیزیک

۱ـ الف) سرعت یک پرتابه را در نقطه‌ی اوج آن، برحسب $V_\circ$ و α به دست آورید. $V_x = V_\circ \cos\alpha$

ب) اگر نقطه‌ی فرود و نقطه‌ی پرتاب در یک صفحه‌ی افقی باشند، بردار سرعت پرتابه را هنگام فرود برحسب α و $V_\circ$ به دست آورید.

با توجه به این‌که نقطه‌ی **فرود** و نقطه‌ی **پرتاب** در «**یک صفحه‌ی افقی**» قرار دارند، پس جابه‌جایی قائم پرتابه در هنگام فرود برابر «**صفر**» بوده و بنابراین داریم: $V = \sqrt{V_\circ^۲ + ۲gh}$



۲ـ در شکل روبه‌رو، گلوله‌ی سفید رنگ در امتداد افق پرتاب شده است؛ اگر گلوله‌ی تیره رنگ نیز همزمان با گلوله‌ی سفید رنگ رها شده باشد، نشان دهید که ارتفاع این دو، در حین سقوط در تمام لحظه‌ها، یکسان خواهد بود.

ارتفاع گلوله‌ی «سفید» در مدت t ثانیه $y = -\frac{۱}{۲}gt^۲ + (V_\circ \sin\alpha)t \xrightarrow{\alpha=۰} |y| = \frac{۱}{۲}gt^۲$

ارتفاع گلوله‌ی «تیره» در مدت t ثانیه $y = \frac{۱}{۲}gt^۲ + V_\circ t \xrightarrow{V_\circ=۰} y = \frac{۱}{۲}gt^۲$

۳ـ از روی پلی به ارتفاع **۲۰** متر، بالای سطح آب یک رودخانه، جسمی را در راستای افقی با سرعت $۳۰m/s$ پرتاب می‌کنیم؛

الف) چه زمانی طول می‌کشد تا جسم به آب برخورد کند؟

با توجه به این‌که رودخانه در «**پایین مبدأ پرتاب**» قرار دارد، پس بایستی **علامت ارتفاع** را به صورت «**منفی**» در رابطه‌ی زیر جایگزین نماییم و چون جسم به طور «**افقی**» پرتاب شده است، پس « $\alpha = ۰$ » بوده و بنابراین داریم:

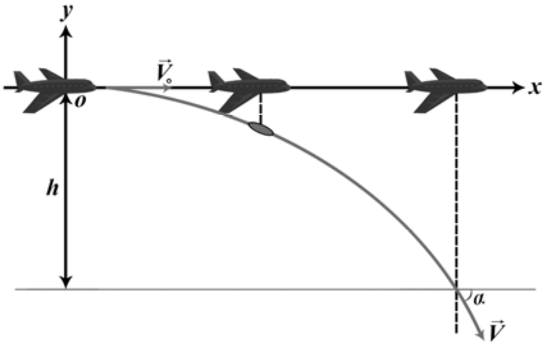
$$y = -\frac{۱}{۲}gt^۲ + (V_\circ \sin\alpha)t \xrightarrow{y=-۲۰m\ ,\ \alpha=۰} -۲۰ = -\frac{۱}{۲}\times ۱۰\times t^۲ \to -۲۰ = -۵t^۲ \to t^۲ = ۴ \xrightarrow{\sqrt{\ }} t = ۲s$$

ب) فاصله‌ی افقی نقطه‌ی برخورد به آب تا نقطه‌ی پرتاب چه مقدار است؟ $x = (V_\circ \cos\alpha)t = ۳۰\times\cos ۰^\circ \times ۲ = ۳۰\times ۱\times ۲ = ۶۰m$

پ) بزرگی سرعت جسم هنگام برخورد با آب، چه مقدار است؟

$$V^۲ - V_\circ^۲ = -۲gy \xrightarrow{V_\circ=۳۰m/s\ ,\ y=-۲۰m} V^۲ - (۳۰)^۲ = -۲\times ۱۰\times(-۲۰) \to V^۲ - ۹۰۰ = ۴۰۰ \to V^۲ = ۱۳۰۰ \xrightarrow{\sqrt{\ }} V \approx ۳۶m/s$$

۴ـ هواپیمایی که با سرعت $۳۶۰km/h$ در ارتفاع $۲۴۵m$ موازی با سطح زمین پرواز می‌کند، می‌خواهد بسته‌ای را برای سیل‌زدگان به پایین بیندازد؛ خلبان در چه فاصله‌ی افقی بسته را رها کند تا به سیل‌زدگان برسد؟

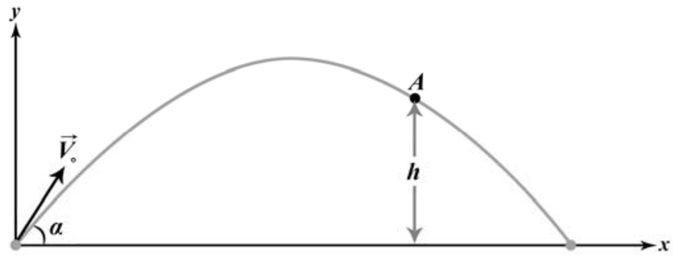


ابتدا بایستی سرعت هواپیما را برحسب «**متر بر ثانیه**» به دست آورده و بنابراین داریم: $V_\circ = ۳۶۰ km/h \times \frac{۱۰}{۳۶} = \frac{۳۶۰۰}{۳۶} = ۱۰۰ m/s$

$$y = -\frac{gx^۲}{۲V_\circ^۲\cos^۲\alpha} + x\tan\alpha \xrightarrow{y=-۲۴۵m\ ,\ V_\circ=۱۰۰m/s\ ,\ \alpha=۰} -۲۴۵ = \frac{-۱۰x^۲}{۲\times(۱۰۰)^۲\times\cos^۲ ۰^\circ} + x\tan ۰^\circ \rightarrow -۲۴۵ = \frac{-۱۰x^۲}{۲۰۰۰۰\times(۱)^۲} + (x\times ۰)$$

$$\rightarrow ۴۹۰\times ۱۰^۴ = ۱۰x^۲ \rightarrow x^۲ = \frac{۴۹۰\times ۱۰^۴}{۱۰} = ۴۹۰\times ۱۰^۳ = ۴۹۰۰۰۰ \xrightarrow{\sqrt{}} x = ۷۰۰m$$

۵ـ مطابق شکل زیر، جسمی به جرم m را با سرعت اولیه‌ی $\vec{V}_\circ$ و با زاویه‌ی α نسبت به افق، پرتاب می‌کنیم؛ (فرض کنید نیروی مقاومت هوا در برابر حرکت جسم قابل چشم‌پوشی است.)



الف) با استفاده از قانون پایستگی انرژی مکانیکی، بزرگی سرعت جسم را در نقطه‌ی A در ارتفاع h، از نقطه‌ی پرتاب به دست آورید.

$$E_\circ = E_A \rightarrow U_\circ + K_\circ = U_A + K_A \rightarrow mgh_\circ + \frac{۱}{۲}mV_\circ^۲ = mgh_A + \frac{۱}{۲}mV_A^۲ \xrightarrow{h_\circ=۰} ۰ + \frac{۱}{۲}\cancel{m}V_\circ^۲ = \cancel{m}gh + \frac{۱}{۲}\cancel{m}V_A^۲$$

$$\xrightarrow{\times ۲} V_\circ^۲ = ۲gh + V_A^۲ \rightarrow V_A^۲ = V_\circ^۲ - ۲gh \xrightarrow{\sqrt{}} V_A = \sqrt{V_\circ^۲ - ۲gh}$$

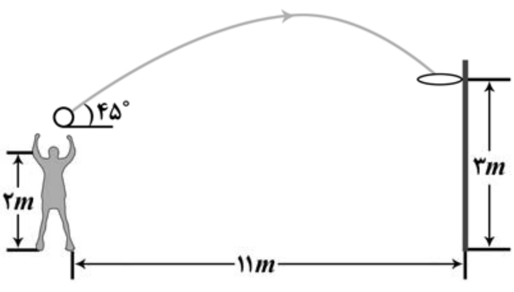
ب) بزرگی سرعت جسم را در نقطه‌ی A با استفاده از معادله‌های حرکت پرتابی به دست آورید و آن را با نتیجه‌ی قسمت (الف) مقایسه کنید.

$$V_A = \sqrt{(V_x)^۲ + (V_y)^۲} \rightarrow V_A = \sqrt{(V_\circ\cos\alpha)^۲ + (-gt + V_\circ\sin\alpha)^۲} \rightarrow V_A = \sqrt{V_\circ^۲\cos^۲\alpha + g^۲t^۲ - ۲gtV_\circ\sin\alpha + V_\circ^۲\sin^۲\alpha}$$

$$\rightarrow V_A = \sqrt{V_\circ^۲(\sin^۲\alpha + \cos^۲\alpha) - ۲g(-\frac{۱}{۲}gt^۲ + V_\circ\sin\alpha t)} \rightarrow V_A = \sqrt{V_\circ^۲ - ۲gy} \xrightarrow{y=h} V_A = \sqrt{V_\circ^۲ - ۲gh}$$

نتیجه می‌گیریم که بزرگی سرعت جسم A در هر **۲** روش «**یکسان**» است.

۶ـ در شکل زیر، سرعت اولیه‌ی توپ را طوری حساب کنید که توپ داخل سبد بیفتد. $(g = ۱۰m/s^۲)$

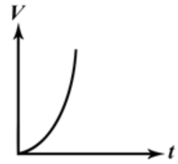


$$y = -\frac{gx^۲}{۲V_\circ^۲\cos^۲\alpha} + x\tan\alpha \rightarrow ۱ = \frac{-۱۰\times(۱۱)^۲}{۲V_\circ^۲\cos^۲ ۴۵^\circ} + ۱۱\tan ۴۵^\circ \rightarrow ۱ = \frac{-۱۲۱۰}{۲V_\circ^۲\times(\frac{\sqrt{۲}}{۲})^۲} + (۱۱\times ۱) \rightarrow ۱ = \frac{-۱۲۱۰}{۴V_\circ^۲\times\frac{۱}{۴}} + ۱۱$$

$$\rightarrow \frac{۱۲۱۰}{V_\circ^۲} = ۱۱ - ۱ \rightarrow \frac{۱۲۱۰}{V_\circ^۲} = ۱۰ \rightarrow ۱۰V_\circ^۲ = ۱۲۱۰ \rightarrow V_\circ^۲ = ۱۲۱ \xrightarrow{\sqrt{}} V_\circ = ۱۱m/s$$

تست‌های کنکورهای سراسری و آزاد «حرکت‌شناسی در دو بُعد»

۱ـ شکل مقابل، نمودار سرعت ـ زمان یک متحرک است؛ نوع حرکت این متحرک، کدام است؟ *(سراسری تجربی ـ ۷۳)*



۱) تندشونده با شتاب ثابت
۲) تندشونده با شتاب متغیر
۳) کندشونده با شتاب ثابت
۴) کندشونده با شتاب متغیر

۲ـ معادله‌ی حرکت متحرکی در SI، به صورت $x = ۱۰t^۲ + ۲۰t + ۳۰$ است؛ شتاب حرکت چند متربرمجذورثانیه است؟ *(سراسری تجربی ـ ۷۴)*

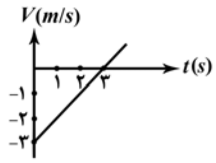
۱) ۱۰ ۲) ۵ ۳) ۲۰ ۴) ۳۰

۳ـ گلوله‌ای با سرعت اولیه‌ی $V_۰$ در شرایط خلأ و در امتداد قائم، به طرف بالا پرتاب می‌شود؛ اگر زمان رفت و برگشت آن به مبدأ پرتاب اولیه برابر t باشد، مقدار t از کدام رابطه‌ی زیر، قابل محاسبه است؟ *(سراسری تجربی ـ ۷۴)*

۱) $\left|\frac{V_۰}{۲g}\right|$ ۲) $\left|\frac{۲V_۰}{g}\right|$ ۳) $\left|\frac{V_۰^۲}{۲g}\right|$ ۴) $\left|\frac{۲V_۰^۲}{g}\right|$

۴ـ اگر متحرکی در مسیر مستقیم حرکت نموده و نمودار سرعت ـ زمان آن، مطابق شکل مقابل باشد، معادله‌ی حرکت آن در SI کدام است؟ *(سراسری ریاضی ـ ۷۵)*

۱) $x = -۳t^۲ + ۳t$
۲) $x = -\frac{۱}{۲}t^۲ + ۳t$
۳) $x = \frac{۱}{۲}t^۲ - ۳t$
۴) $x = ۳t^۲ - ۳t$



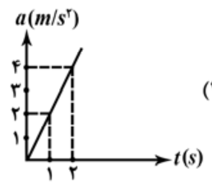
۵ـ جسمی را با سرعت $۱۰ m/s$ در راستای قائم به طرف بالا پرتاب می‌کنیم؛ بعد از چند ثانیه، سرعت آن $۵ m/s$ و روبه پایین خواهد شد؟ $(g = ۱۰ m/s^۲)$ *(سراسری تجربی ـ ۷۷)*

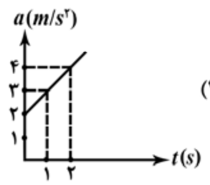
۱) ۰/۵ ۲) ۱/۵ ۳) ۲/۵ ۴) ۲

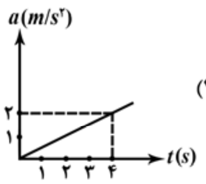
۶ـ گلوله‌ی کوچکی از ارتفاع ۴۵ متر در شرایط خلأ رها می‌شود؛ یک ثانیه‌ی بعد از همان نقطه، گلوله‌ی کوچک دیگری با سرعت $۱۲/۵ m/s$ به سمت پایین پرتاب می‌شود؛ اگر $g = ۱۰ m/s^۲$ فرض شود، برخورد گلوله‌ی اول به زمین، نسبت به گلوله‌ی دوم چگونه است؟ *(سراسری ریاضی ـ ۷۷)*

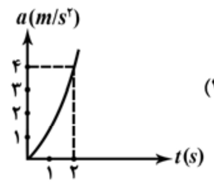
۱) دیرتر و با سرعت بیشتر ۲) دیرتر و با سرعت کمتر
۳) زودتر و با سرعت کمتر ۴) همزمان و با سرعت کمتر

۷ـ کدام نمودار مربوط به متحرکی است که معادله‌ی حرکت آن در SI، به صورت $x = \frac{۱}{۳}t^۳ + ۲t + ۵$ است؟ *(سراسری ریاضی ـ ۷۸)*

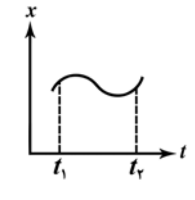
۱)


۲)


۳)


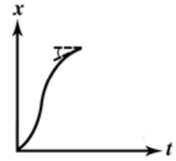
۴)


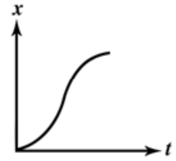
۸ـ نمودار مکان ـ زمان متحرکی مطابق شکل مقابل است؛ در فاصله‌ی زمانی $t_۱$ تا $t_۲$، سرعت جسم چندبار تغییر جهت داده است؟ *(سراسری تجربی ـ ۷۹)*



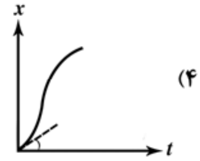
۱) صفر
۲) ۱
۳) ۲
۴) ۳

۹ــ اتومبیلی از محلی شروع به حرکت کرده و پس از طی مسافتی می‌ایستد؛ کدام نمودار، معرف مکان ــ زمان حرکت اتومبیل می‌تواند باشد؟ (سراسری ریاضی ـ ۶۹)

۱) 

۲) 

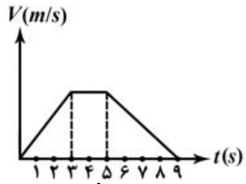
۳) 

۴) 

۱۰ــ سنگی را در شرایط خلأ در امتداد قائم با سرعت اولیه‌ی $V_\circ$ از زمین به طرف بالا پرتاب می‌کنیم؛ بعد از t ثانیه، سنگ به زمین برمی‌گردد؛ اگر سرعت اولیه‌ی پرتاب ۲ برابر شود، گلوله پس از چند t به زمین برخواهد گشت؟ (سراسری تجربی ـ ۷۰)

۱) ۱　　۲) $\sqrt{۲}$　　۳) ۲　　۴) ۴

۱۱ــ نمودار سرعت ــ زمان حرکت مستقیم‌الخطی مطابق شکل مقابل است؛ در صورتی‌که کل مسافت پیموده شده ۱۶۵ متر باشد، قدرمطلق شتاب کندشونده‌ی حرکت، چند متربرمجذورثانیه است؟ (سراسری ریاضی ـ ۷۰)

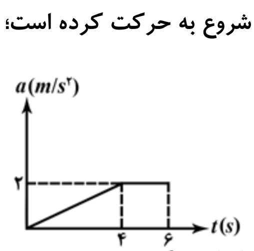


۱) ۷/۵
۲) ۶/۵
۳) ۵/۵
۴) ۴/۵

۱۲ــ زمانی برابر ۴ ثانیه طول می‌کشد تا جسمی که با سرعت اولیه‌ی $۲۵\,m/s$ در امتداد قائم در شرایط خلأ به طرف بالا پرتاب می‌شود، دو بار از لبه‌ی یک پنجره بگذرد؛ ارتفاع پنجره چند متر است؟ $(g = ۱۰\,m/s^۲)$ (سراسری ریاضی ـ ۷۰)

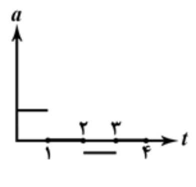
۱) ۱۱/۲۵　　۲) ۲۰　　۳) ۲۵　　۴) ۳۰

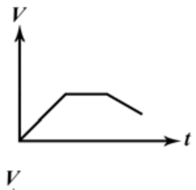
۱۳ــ شکل مقابل، نمودار شتاب ــ زمان متحرکی است که در مسیر مستقیم از حال سکون شروع به حرکت کرده است؛ سرعت متحرک بعد از ۶ ثانیه از شروع حرکت، چند متربرثانیه است؟ (سراسری تجربی ـ ۷۱)

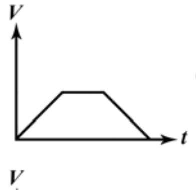


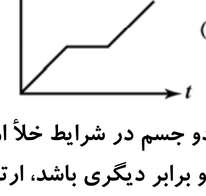
۱) ۴
۲) ۶
۳) ۸
۴) ۱۲

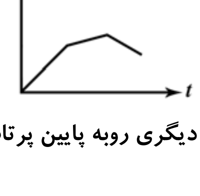
۱۴ــ نمودار شتاب ــ زمان متحرکی، مطابق شکل مقابل است؛ نمودار سرعت ــ زمان آن، کدام است؟ (سراسری تجربی ـ ۷۱)



۱) 

۲) 

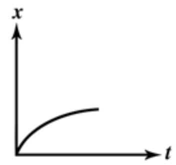
۳) 

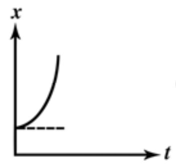
۴) 

۱۵ــ دو جسم در شرایط خلأ از ارتفاع h با سرعت $۲۰\,m/s$، یکی روبه بالا و دیگری روبه پایین پرتاب می‌شود؛ اگر زمان رسیدن به زمین برای یکی دو برابر دیگری باشد، ارتفاع h چند متر است؟ $(g = ۱۰\,m/s^۲)$ (سراسری تجربی ـ ۷۲)

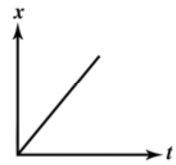
۱) ۲۰　　۲) ۴۰　　۳) ۸۰　　۴) ۱۶۰

۱۶ــ نمودار مکان ــ زمان حرکت با شتاب بدون سرعت اولیه، کدام است؟ (سراسری ریاضی ـ ۷۲)

۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

۱۷ــ از بالای یک بلندی که تا سطح زمین ۸۰ متر فاصله دارد، گلوله‌ای با سرعت اولیه‌ی $۳۰\,m/s$ در راستای قائم به طرف بالا پرتاب می‌شود؛ گلوله پس از چند ثانیه از لحظه‌ی پرتاب، به زمین می‌رسد؟ (مقاومت هوا ناچیز و $g = ۱۰\,m/s^۲$ است.) (سراسری ریاضی ـ ۷۲)

۱) ۶　　۲) ۸　　۳) ۹　　۴) ۱۲

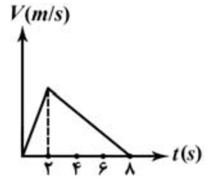
۱۸ـ سنگی را در شرایط خلأ با سرعت اولیه‌ی $V_\circ$ در راستای قائم به طرف بالا پرتاب می‌کنیم و t ثانیه‌ی بعد، سنگ دیگری را با همان سرعت در همان راستا به طرف بالا پرتاب می‌کنیم؛ هنگام رسیدن دو سنگ به هم، سرعت هر یک برابر است با: *(سراسری ریاضی ـ ۷۲)*

۱) $\frac{gt}{۴}$ ۲) $\frac{gt}{۲}$ ۳) gt ۴) $۲gt$

۱۹ـ معادله‌ی حرکت متحرکی در SI، به صورت $x = t^{۲} + ۸$ است؛ شتاب حرکت چند متربرمجذورثانیه است؟ *(سراسری تجربی ـ ۷۳)*

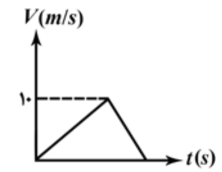
۱) ۰/۵ ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۸

۲۰ـ نمودار سرعت ـ زمان متحرکی، مطابق شکل مقابل است؛ اندازه‌ی شتاب حرکت در مرحله‌ی تندشونده، چند برابر اندازه‌ی شتاب در مرحله‌ی کندشونده است؟ *(سراسری ریاضی ـ ۷۳)*



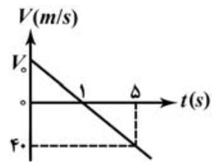
۱) ۱/۲ ۲) ۳ ۳) $\frac{۱}{۳}$ ۴) $\frac{۱}{۴}$

۲۱ـ نمودار سرعت ـ زمان متحرکی، مطابق شکل مقابل است؛ اگر جابه‌جایی متحرک ۵۷ متر باشد، متحرک چند ثانیه در راه بوده است؟ *(سراسری ریاضی ـ ۷۳)*



۱) ۱۱/۴
۲) ۱/۱۴
۳) ۲۸۵
۴) ۲۸/۵

۲۲ـ گلوله‌ای را از ارتفاع ۴۰ متری سطح زمین در شرایط خلأ، با سرعت اولیه‌ی $V_\circ$ در امتداد قائم به طرف بالا پرتاب می‌کنیم؛ اگر نمودار سرعت ـ زمان آن مطابق شکل مقابل باشد، چند ثانیه پس از پرتاب طول می‌کشد تا گلوله به نقطه‌ی پرتاب بازگردد؟ *(سراسری ریاضی ـ ۷۴)*

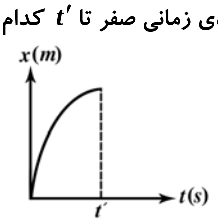


۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

۲۳ـ گلوله‌ی کوچکی را با سرعت اولیه‌ی $V_\circ$ در راستای قائم به طرف بالا پرتاب می‌کنیم؛ اگر در لحظه‌های $t_۱$ و $t_۲$ بعد از شروع حرکت، از نقطه‌ای به ارتفاع h از لبه‌ی پرتاب بگذرد، $t_۲ - t_۱$ کدام است؟ *(سراسری ریاضی ـ ۷۴)*

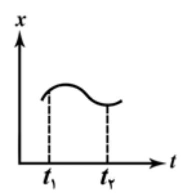
۱) $\frac{۲}{g}\sqrt{V_\circ^{۲} - ۲gh}$ ۲) $\frac{۲}{g}\sqrt{V_\circ^{۲} + ۲gh}$ ۳) $\frac{۱}{g}\sqrt{V_\circ^{۲} - ۲gh}$ ۴) $\frac{۱}{g}\sqrt{V_\circ^{۲} + ۲gh}$

۲۴ـ نمودار مکان ـ زمان متحرکی مطابق شکل، قسمتی از یک سهمی است؛ نوع حرکت در بازه‌ی زمانی صفر تا t' کدام است؟ *(سراسری تجربی ـ ۷۵)*



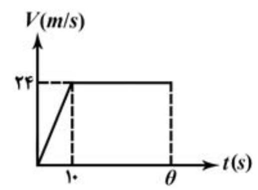
۱) تندشونده با شتاب ثابت
۲) تندشونده با شتاب متغیر
۳) کندشونده با شتاب ثابت
۴) کندشونده با شتاب متغیر

۲۵ـ شکل مقابل، نمودار مکان ـ زمان حرکت ذره‌ای را که بر مستقیم حرکت می‌کند، نشان می‌دهد؛ بین دو لحظه‌ای $t_۱$ و $t_۲$، جهت حرکت چندبار عوض شده است؟ *(سراسری تجربی ـ ۷۵)*



۱) صفر
۲) ۱
۳) ۲
۴) ۳

۲۶ـ نمودار سرعت ـ زمان متحرکی که بر روی خط راست حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است؛ اگر جابه‌جایی متحرک در مدت θ ثانیه، ۳۶۰ متر باشد، سرعت متوسط آن در این مدت چند متربرثانیه است؟ *(سراسری تجربی ـ ۷۵)*



۱) ۱۲ ۲) ۱۶ ۳) ۱۸ ۴) ۲۰

۲۷ـ متحرکی در صفحه‌ی مختصات xoy، در مدت ۲ ثانیه از نقطه‌ی $A\left|\begin{matrix}۱m\\ ۴m\end{matrix}\right.$ به نقطه‌ی $B\left|\begin{matrix}۷m\\ ۱۲m\end{matrix}\right.$ می‌رسد؛ سرعت متوسط متحرک، چند متربرثانیه است؟ *(سراسری تجربی ـ ۷۵)*

۱) ۵ ۲) ۷ ۳) ۸ ۴) ۱۰

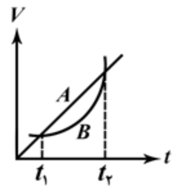
۲۸ـ اگر معادله‌ی حرکت جسمی روی خط راست به صورت $x = ۲t^{۲} - ۱۲t$ باشد، در چه لحظه‌ای برحسب ثانیه، جهت حرکت جسم تغییر می‌کند؟ *(سراسری ریاضی ـ ۷۵)*

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۶ ۴) ۱۲

۲۹ـ اگر معادله‌ی مکان ـ زمان متحرکی روی خط راست، به صورت $x = -t^{۲} - ۴t + ۲$ باشد، متحرک در زمان‌های $t > ۰$ در .... محور x حرکت می‌کند و حرکت آن .... است. *(سراسری ریاضی ـ ۷۵)*

۱) جهت ـ تندشونده ۲) جهت ـ کندشونده ۳) خلاف جهت ـ تندشونده ۴) خلاف جهت ـ کندشونده

۳۰ـ نمودار سرعت ـ زمان دو متحرک A و B، مطابق شکل مقابل است؛ اگر بزرگی سرعت متوسط آنها بین دو لحظه‌ی $t_۱$ و $t_۲$، به ترتیب $\bar{V}_A$ و $\bar{V}_B$ باشد، کدام رابطه درست است؟ *(سراسری ریاضی ـ ۷۵)*



۱) $\bar{V}_B \geq \bar{V}_A$
۲) $\bar{V}_B < \bar{V}_A$
۳) $\bar{V}_B \leq \bar{V}_A$
۴) $\bar{V}_B > \bar{V}_A$

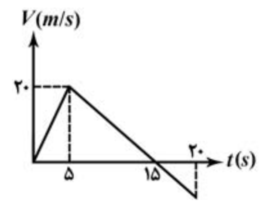
۳۱ـ گلوله‌ی کوچکی را در شرایط خلأ از بالای برجی با سرعت $۱۲m/s$ در راستای قائم به طرف بالا و در همان لحظه، گلوله‌ی دیگری را با سرعت $۱۲m/s$ در راستای قائم به طرف پایین پرتاب می‌کنیم؛ گلوله‌ی دوم چند ثانیه زودتر به زمین می‌رسد؟ $(g = ۱۰m/s^{۲})$ *(سراسری ریاضی ـ ۷۵)*

۱) ۱/۲ ۲) ۲/۴
۳) ۷/۲ ۴) به ارتفاع برج بستگی دارد.

۳۲ـ بردار مکان متحرکی در دو لحظه‌ی $t_۱ = ۲s$ و $t_۲ = ۱۰s$، به ترتیب $\vec{r}_۱ = ۱۴\vec{i} + ۲۰\vec{j}$ و $\vec{r}_۲ = ۲۰\vec{i} + ۱۲\vec{j}$ می‌باشد؛ اندازه‌ی سرعت متوسط آن چند متربرثانیه است؟ *(آزاد پزشکی ـ ۷۶)*

۱) ۱/۲۵ ۲) ۸/۵ ۳) ۱/۷۵ ۴) ۲/۵

۳۳ـ نمودار سرعت ـ زمان متحرکی بر مسیر مستقیم، مطابق شکل مقابل است؛ سرعت متوسط متحرک بین دو لحظه‌ی $t = ۰$ و $t' = ۲۰s$ چند متربرثانیه است؟ *(آزاد ریاضی ـ ۷۶)*

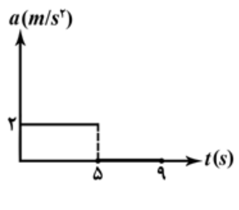


۱) ۸
۲) ۷/۵
۳) ۱۲/۲۵
۴) ۶/۲۵

۳۴ـ از ارتفاع ۸۰ متری سطح زمین، گلوله‌ای با سرعت اولیه‌ی $۳۰m/s$ در راستای قائم به سمت پایین پرتاب می‌شود و همزمان، گلوله‌ی دیگری از ارتفاع h بدون سرعت اولیه سقوط می‌کند؛ هر دو گلوله با هم به زمین می‌رسند؛ ارتفاع h چند متر است؟ (مقاومت هوا ناچیز و $g = ۱۰m/s^{۲}$ است.) *(آزاد ریاضی ـ ۷۶)*

۱) ۳۰ ۲) ۲۰ ۳) ۴۰ ۴) ۵۰

۳۵ـ سرعت اولیه‌ی حرکت متحرکی $۵m/s$ و نمودار شتاب ـ زمان آن، مطابق شکل زیر است؛ در مدت ۹ ثانیه، متحرک چند متر می‌پیماید؟ *(سراسری تجربی ـ ۷۶)*

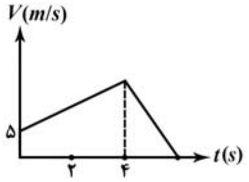


۱) ۱۳۵
۲) ۱۲۶
۳) ۱۱۰
۴) ۱۰۶

۳۶ـ گلوله‌ای از ارتفاع ۲۵ متری زمین با سرعت اولیه‌ی $۲۰m/s$ در شرایط خلأ به طرف بالا پرتاب می‌شود؛ بعد از چند ثانیه، جهت حرکت گلوله عوض می‌شود؟ *(سراسری تجربی ـ ۷۶)*

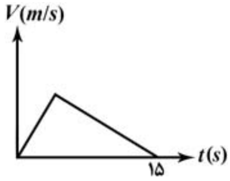
۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

۳۷ـ نمودار سرعت ـ زمان متحرکی، مطابق شکل مقابل است؛ اگر شتاب حرکت در قسمت اول و دوم حرکت به ترتیب ۲/۵ m/s^2 و ۷/۵- m/s^2 باشد، جابه‌جایی متحرک چند متر است؟ *(سراسری ریاضی ـ ۷۶)*



۱) ۴۵
۲) ۵۰
۳) ۵۵
۴) ۶۰

۳۸ـ شکل مقابل، نمودار سرعت ـ زمان متحرکی است که بر روی خط راست حرکت می‌کند؛ در صورتی‌که سرعت متوسط متحرک در مدت حرکتش ۶ m/s باشد، حداکثر سرعت متحرک چند متربرثانیه است؟ *(سراسری ریاضی ـ ۷۶)*



۱) ۲۴
۲) ۱۲
۳) ۱۸
۴) ۸

۳۹ـ از بالای برجی، گلوله‌ای در راستای قائم به طرف بالا پرتاب می‌شود و پس از ۳ ثانیه به نقطه‌ی پرتاب برمی‌گردد؛ اگر این گلوله با سرعت ۲۵ m/s به زمین برسد، ارتفاع برج چند متر است؟ *(سراسری ریاضی ـ ۷۶)*

۱) ۲۰ ۲) ۳۰ ۳) ۵۰ ۴) ۹۰

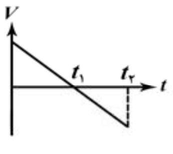
۴۰ـ گلوله‌ی کوچکی را در راستای قائم به طرف بالا پرتاب می‌کنیم؛ اگر گلوله در زمان‌های t_1 و t_2 پس از شروع حرکت، از ارتفاع h نسبت به لبه‌ی پرتاب عبور کند، مقدار h کدام است؟ *(سراسری ریاضی ـ ۷۶)*

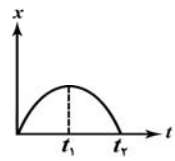
۱) $\frac{1}{2}gt_1t_2$ ۲) $\frac{1}{2}g(t_2^2-t_1^2)$ ۳) $\frac{1}{2}gt_1^2+\frac{1}{2}gt_2^2$ ۴) $\frac{1}{2}g(t_1-t_2)^2$

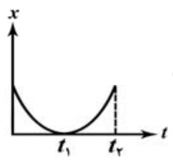
۴۱ـ گلوله‌ای را در شرایط خلأ با سرعت اولیه‌ی V_0 در راستای قائم به سمت بالا پرتاب می‌کنیم؛ پس از t ثانیه از همان نقطه و با همان سرعت اولیه، گلوله‌ی دیگری به دنبال اولی پرتاب می‌کنیم؛ در لحظه‌ای که دو گلوله به هم می‌رسند، سرعت هر یک ۶ m/s است؛ t چند ثانیه است؟ $(g=10\,m/s^2)$ *(آزاد پزشکی ـ ۷۷)*

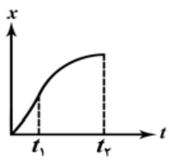
۱) ۱/۲ ۲) ۰/۶ ۳) $\frac{5}{3}$ ۴) $\frac{10}{3}$

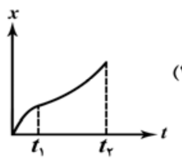
۴۲ـ با توجه به نمودار مقابل، کدام نمودار زیر در مورد این متحرک درست است؟ (V سرعت و x مکان این متحرک است.) *(سراسری تجربی ـ ۷۷)*



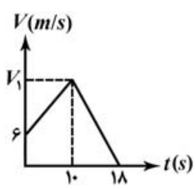
۱)


۲)


۳)


۴)


۴۳ـ شکل مقابل، نمودار سرعت ـ زمان متحرکی در مسیر مستقیم است؛ اگر سرعت متوسط در مدت ۱۸ ثانیه، برابر $\frac{20}{3}\,m/s$ باشد، V_1 چند متربرثانیه است؟ *(سراسری تجربی ـ ۷۷)*



۱) ۸
۲) ۱۰
۳) ۱۲
۴) ۱۵

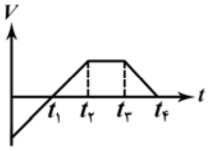
۴۴ـ گلوله‌ای در شرایط خلأ از ارتفاع h با سرعت اولیه‌ی ۱۰ m/s در راستای قائم، روبه پایین پرتاب می‌شود؛ نسبت مسافت پیموده شده در ثانیه‌ی اول به مسافت پیموده شده در ثانیه‌ی دوم، کدام است؟ $(g=10\,m/s^2)$ *(سراسری تجربی ـ ۷۷)*

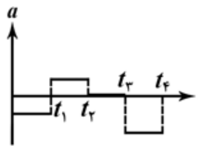
۱) $\frac{1}{3}$ ۲) $\frac{2}{3}$ ۳) $\frac{3}{5}$ ۴) $\frac{5}{3}$

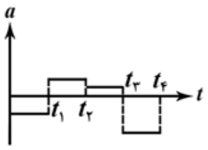
۴۵ـ زمانی برابر ۵ ثانیه طول می‌کشد تا جسمی که در شرایط خلأ از ارتفاع ۱۰۰ متری زمین با سرعت اولیه‌ی V_0 در امتداد قائم پرتاب شده است، به زمین برسد؛ سرعت اولیه‌ی پرتاب چند متربرثانیه و جهت آن کدام است؟ $(g=10\,m/s^2)$ *(سراسری تجربی ـ ۷۷)*

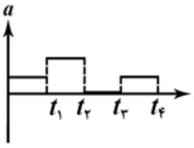
۱) ۵ ـ روبه پایین ۲) ۵ ـ روبه بالا ۳) ۴ ـ روبه پایین ۴) ۴ ـ روبه بالا

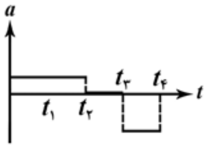
۴۶ـ با توجه به نمودار مقابل، نمودار تقریبی شتاب ـ زمان متحرک، کدام است؟ (سراسری ریاضی ـ ۷۷)



۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

۴۷ـ گلوله‌ای در شرایط خلأ در راستای قائم به طرف بالا پرتاب می‌شود؛ این گلوله بعد از ۴ ثانیه به سطح زمین می‌رسد؛ سرعت اولیه‌ی گلوله، چند متربرثانیه بوده است؟ $(g = ۹/۸ m/s^۲)$ (سراسری ریاضی ـ ۷۷)

۱) ۱۹/۶　　۲) ۲۰　　۳) ۳۹/۲　　۴) ۴۰

۴۸ـ دو گلوله در شرایط خلأ از ارتفاع معینی با سرعت اولیه‌ی $۳۰ m/s$ در راستای قائم، یکی روبه بالا و دیگری در همان لحظه روبه پایین پرتاب می‌شود؛ اختلاف زمانی رسیدن گلوله‌ها به زمین چند ثانیه است؟ $(g = ۱۰ m/s^۲)$ (سراسری ریاضی ـ ۷۷)

۱) ۳　　۲) ۴/۵　　۳) ۶　　۴) ۷/۵

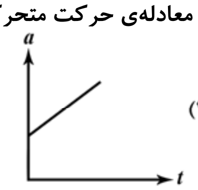
۴۹ـ گلوله‌ای در شرایط خلأ در راستای قائم به سمت بالا پرتاب می‌شود و پس از ۳ ثانیه به نقطه‌ی پرتاب اولیه برمی‌گردد؛ ارتفاع اوج گلوله نسبت به نقطه‌ی پرتاب، چند متر است؟ (مقاومت هوا ناچیز و $g = ۱۰ m/s^۲$ است.) (آزاد تجربی ـ ۷۸)

۱) ۱۱/۲۵　　۲) ۱۵　　۳) ۲۲/۵　　۴) ۲۰

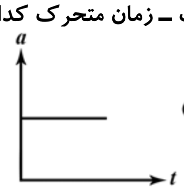
۵۰ـ از بالای برجی به ارتفاع h، گلوله‌ای بدون سرعت اولیه رها می‌شود و در همان لحظه، گلوله‌ی دیگری با سرعت اولیه‌ی $۲۰ m/s$ از زمین در همان راستای قائم که گلوله‌ی اولی سقوط می‌کند، به طرف بالا پرتاب می‌شود؛ اگر دو گلوله پس از ۱/۲۵ ثانیه از مقابل یک‌دیگر عبور کنند، ارتفاع h چند متر است؟ (سراسری تجربی ـ ۷۸)

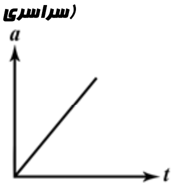
۱) ۱۲/۵　　۲) ۲۵　　۳) ۵۰　　۴) ۷۵

۵۱ـ معادله‌ی حرکت متحرکی به صورت $x = -۲t + t^۳$ است؛ نمودار شتاب ـ زمان متحرک کدام است؟ (سراسری ریاضی ـ ۷۸)

۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

۵۲ـ از نقطه‌ای به ارتفاع h از سطح زمین، جسمی در راستای قائم با سرعت $۱۰ m/s$ به سمت بالا پرتاب می‌شود و پس از ۳ ثانیه به زمین برخورد می‌کند؛ ارتفاع h چند متر است؟ $(g = ۱۰ m/s^۲)$ (آزاد پزشکی ـ ۷۹)

۱) ۱۵　　۲) ۲۰　　۳) ۲۵　　۴) ۴۵

۵۳ـ معادله‌ی حرکتی در SI، به صورت $x = t^۲ + t$ است؛ کدام گزینه‌ی زیر، برای نوع حرکت جسم درست است؟ (سراسری تجربی ـ ۷۹)

۱) الزاماً از نظر معادله‌ی ابعادی، رابطه‌ی داده شده غلط است.

۲) حرکت نه یکنواخت و نه با شتاب ثابت است.

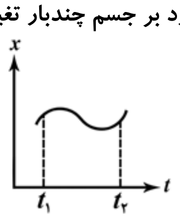
۳) شتاب حرکت $۰/۵ m/s^۲$ و سرعت اولیه $۱ m/s$ است.

۴) شتاب حرکت $۲ m/s^۲$ و سرعت اولیه $۱ m/s$ است.

۵۴ـ گلوله‌ی A را در شرایط خلأ از ارتفاع h بدون سرعت اولیه رها می‌کنیم و ۳ ثانیه‌ی بعد، گلوله‌ی B را از ارتفاع $\frac{h}{۴}$ بدون سرعت اولیه رها می‌کنیم؛ سرعت گلوله‌ی A در لحظه‌ی رسیدن به زمین، چند برابر سرعت گلوله‌ی B است؟ (سراسری تجربی ـ ۷۹)

۱) ۱　　۲) $\frac{۲}{۳}$　　۳) ۲　　۴) $\frac{۹}{۴}$

۵۵ـ نمودار مکان ـ زمان متحرکی مطابق شکل مقابل است؛ در فاصله‌ی زمانی $t_۱$ تا $t_۲$، نیروی وارد بر جسم چندبار تغییر کرده است؟ (سراسری ریاضی ـ ۷۹)

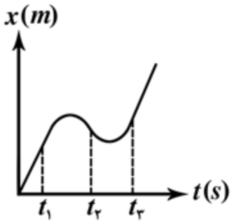


۱) صفر
۲) ۱
۳) ۲
۴) ۳

۵۶ــ بردار مکان متحرک M در لحظه‌ی $t_1 = 0$ به صورت $\vec{r}_1 = 2\vec{i} - 4\vec{j}$ و در لحظه‌ی $t_2 = 4s$ به صورت $\vec{r}_2 = \alpha\vec{i} + \beta\vec{j}$ و بردار سرعت متوسط در این بازه‌ی زمانی به صورت $\bar{\vec{V}} = \vec{i} - 2\vec{j}$ است؛ نسبت $\frac{\alpha}{\beta}$ کدام است؟ *(سراسری ریاضی ـ ۷۹)*

۱) $-\frac{3}{2}$ ۲) $-\frac{1}{2}$ ۳) $\frac{1}{2}$ ۴) $\frac{3}{2}$

۵۷ــ شکل مقابل، نمودار مکان ـ زمان متحرکی است که در مسیر مستقیم حرکت می‌کند؛ در کدام یک از زمان‌های نشان داده شده، حرکت متحرک تندشونده است؟ *(سراسری تجربی ـ ۸۰)*



۱) t_1
۲) t_2
۳) t_3
۴) t_3 , t_1

۵۸ــ گلوله‌ای از ارتفاع h با سرعت اولیه‌ی $10 m/s$ در راستای قائم به طرف بالا پرتاب می‌شود؛ این گلوله، ۵ ثانیه پس از پرتاب به سطح زمین می‌رسد؛ ارتفاع h چند متر است؟ ($g = 10 m/s^2$) *(سراسری تجربی ـ ۸۰)*

۱) ۶۵ ۲) ۷۰ ۳) ۷۵ ۴) ۸۰

۵۹ــ از نقطه‌ای به ارتفاع ۲۵ متر از سطح زمین، گلوله‌ی کوچکی با سرعت $20 m/s$ در راستای قائم به سمت بالا پرتاب می‌شود؛ این گلوله چند ثانیه پس از پرتاب به زمین می‌رسد؟ (مقاومت هوا ناچیز و $g = 10 m/s^2$ است.) *(سراسری تجربی ـ ۸۰)*

۱) ۵ ۲) ۳ ۳) ۶ ۴) ۸

۶۰ــ معادله‌ی مکان متحرکی در SI به صورت $x = -t^2 + 4t + 20$ است؛ حرکت آن از $t = 0$ تا $t = 8s$ چگونه است؟ *(سراسری ریاضی ـ ۸۱)*

۱) ابتدا کندشونده و سپس تندشونده
۲) ابتدا تندشونده و سپس کندشونده
۳) پیوسته تندشونده
۴) پیوسته کندشونده

۶۱ــ از ارتفاع ۵۰ متری سطح زمین، گلوله‌ای در شرایط خلأ با سرعت اولیه‌ی $15 m/s$ به سمت پایین پرتاب می‌شود؛ سرعت گلوله در لحظه‌ی برخورد با زمین، چند متربرثانیه است؟ ($g = 10 m/s^2$) *(سراسری ریاضی ـ ۸۱)*

۱) ۳۰ ۲) ۳۵ ۳) ۴۰ ۴) ۴۵

۶۲ــ سرعت ذره‌ای در SI، در لحظه‌ی $t_1 = 0$ به صورت $\vec{V}_1 = 3\vec{i} + 2\vec{j}$ و در لحظه‌ی $t_2 = 2s$ به صورت $\vec{V}_2 = 9\vec{i} - 6\vec{j}$ است؛ بردار شتاب متوسط ذره در این مسیر، کدام است؟ *(سراسری ریاضی ـ ۸۱)*

۱) $6\vec{i} - 8\vec{j}$ ۲) $3\vec{i} - 4\vec{j}$ ۳) $-6\vec{i} - 8\vec{j}$ ۴) $-3\vec{i} - 4\vec{j}$

۶۳ــ دو متحرک روی خط مستقیمی به طرف یک‌دیگر در حرکت هستند؛ در زمانی که فاصله‌ی آنها ۱۱۲۵ متر است، سرعت متحرک اول $10 m/s$ تندشونده و سرعت متحرک دوم $20 m/s$ و آن هم تندشونده است؛ اگر شتاب متحرک اول $2 m/s^2$ و شتاب متحرک دوم $4 m/s^2$ باشد، پس از چند ثانیه به یک‌دیگر می‌رسند؟ *(سراسری تجربی ـ ۸۲)*

۱) ۱۵ ۲) ۱۹/۴ ۳) ۲۵ ۴) ۳۷/۵

۶۴ــ معادله‌ی حرکت ذره‌ای که در مسیر مستقیمی در حرکت است، در SI به صورت $x = 0/06 \sin(5\pi t)$ می‌باشد؛ بزرگی شتاب متوسط این ذره در بازه‌ی زمانی $t = 2s$ و $t = 5s$ چند متربرمجذورثانیه است؟ *(سراسری تجربی ـ ۸۲)*

۱) صفر ۲) $0/2$ ۳) $0/2\pi$ ۴) $0/3\pi$

۶۵ــ سرعت اولیه‌ی گلوله‌ای را که در راستای قائم روبه بالا پرتاب می‌شود، چند برابر کنیم تا ارتفاع اوج آن دو برابر شود؟ *(سراسری ریاضی ـ ۸۲)*

۱) ۲ ۲) ۴ ۳) $\sqrt{2}$ ۴) $2\sqrt{2}$

۶۶ــ دو گلوله از یک نقطه با سرعت اولیه‌ی برابر با اختلاف زمانی ۰/۵ ثانیه در راستای قائم روبه بالا پرتاب می‌شوند؛ فاصله‌ی نقطه‌ای که دو گلوله از کنار هم می‌گذرند، تا بالاترین نقطه‌ای که گلوله‌ها به آن‌جا می‌رسند، چند متر است؟ (مقاومت هوا ناچیز و $g = 10 m/s^2$) *(سراسری ریاضی ـ ۸۲)*

۱) ۱/۲۵ ۲) ۲/۵ ۳) ۳/۷۵ ۴) ۵

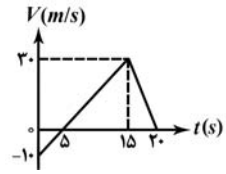
۶۷ــ معادله‌ی مکان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند در SI به صورت $x = -5t^2 + 6t + 12$ است؛ در مورد جهت حرکت و نوع آن کدام مطلب درست است؟ *(سراسری تجربی ـ ۸۳)*

۱) همواره در جهت محور و کندشونده
۲) ابتدا در جهت محور و کندشونده
۲) ابتدا در خلاف جهت محور و کندشونده
۴) همواره در خلاف جهت محور و کندشونده

۶۸ـ بردارهای مکان ذره‌ی متحرک M در دو لحظه‌ی $t_1 = 5\,s$ و $t_2 = 8\,s$ در SI به ترتیب $\vec{r}_1 = 3\vec{i} + 6\vec{j}$ و $\vec{r}_2 = 15\vec{i} - 3\vec{j}$ هستند؛ بزرگی سرعت متوسط ذره بین دو لحظه‌ی مزبور چند متربرثانیه است؟ *(سراسری تجربی ـ ۸۳)*

۱) ۱۵ ۲) ۳ ۳) ۵ ۴) ۸

۶۹ـ نمودار سرعت ـ زمان متحرکی در مسیر مستقیم مطابق شکل زیر است؛ سرعت متوسط آن در مدت ۲۰ ثانیه، چند متربرثانیه است؟ *(سراسری ریاضی ـ ۸۳)*



۱) ۰/۵
۲) ۲/۵
۳) ۱۰
۴) ۱۵

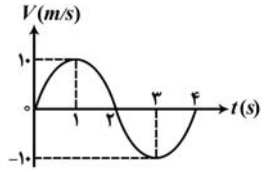
۷۰ـ مکان متحرکی که در یک صفحه حرکت می‌کند در SI به صورت $\vec{r} = \left(\frac{1}{3}t^3 + \frac{2}{3}\right)\vec{i} + t^2\vec{j}$ است؛ در لحظه‌ای که اندازه‌ی شتاب متحرک $2\sqrt{2}\,m/s^2$ است، اندازه‌ی بردار مکان چند متر است؟ *(سراسری تجربی ـ ۸۴)*

۱) ۲ ۲) $\sqrt{2}$ ۳) ۸ ۴) $4\sqrt{2}$

۷۱ـ در جابه‌جایی از مکان $\vec{r}_1 = \vec{i} + 2\vec{j}$ به مکان $\vec{r}_2 = -3\vec{i} + 6\vec{j}$ (در SI)، سرعت متوسط متحرک $\vec{\bar{V}} = -\vec{i} + \vec{j}$ است؛ زمان این جابه‌جایی چند ثانیه است؟ *(سراسری تجربی ـ ۸۴)*

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۶

۷۲ـ نمودار سرعت ـ زمان متحرکی که بر روی خط راست حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است؛ بزرگی شتاب متوسط و سرعت متوسط در بازه‌ی زمانی ۱ تا ۳ ثانیه، به ترتیب از راست به چپ برابر است با: *(سراسری ریاضی ـ ۸۴)*



۱) ۰ و ۰
۲) $-10\,m/s^2$ و ۰
۳) ۰ و $-10\,m/s$
۴) $-10\,m/s^2$ و $-10\,m/s$

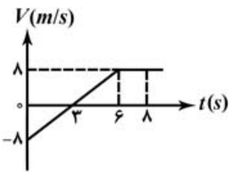
۷۳ـ معادله‌های حرکت در SI برای خودروی A در یک صفحه $x_A = 4t$ و $y_A = bt$ و برای خودروی B در همان صفحه $x_B = at^2$ و $y_B = 6$ می‌باشد؛ اگر دو خودرو با یک‌دیگر برخورد کنند، نسبت $\frac{b}{a}$ کدام است؟ (مبدأ زمان برای هر دو خودرو یکسان است.) *(سراسری ریاضی ـ ۸۴)*

۱) $\frac{2}{3}$ ۲) $\frac{3}{2}$ ۳) $\frac{3}{4}$ ۴) $\frac{4}{3}$

۷۴ـ معادله‌ی حرکت متحرکی بر مسیر مستقیم در SI به صورت $x = \frac{t^3}{3} + 2t^2 + 4t$ می‌باشد؛ شتاب متوسط آن در بازه‌ی زمانی ۱ تا ۳ ثانیه، چند متربرمجذورثانیه است؟ *(آزاد ریاضی ـ ۸۵)*

۱) ۴ ۲) ۸ ۳) ۳ ۴) ۶

۷۵ـ نمودار سرعت ـ زمان جسمی که در مسیر مستقیم حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است؛ سرعت متوسط جسم در مدت ۸ ثانیه‌ی نشان داده شده، چند متربرثانیه است؟ *(سراسری تجربی ـ ۸۵)*



۱) ۲
۲) ۳
۳) ۴
۴) ۵

۷۶ـ گلوله‌ای را در شرایط خلأ با سرعت اولیه‌ی $40\,m/s$ در راستای قائم روبه بالا پرتاب می‌کنیم؛ سرعت گلوله در نیمه‌ی راه خود تا رسیدن به نقطه‌ی اوج چند متر برثانیه است؟ $(g = 10\,m/s^2)$ *(سراسری تجربی ـ ۸۵)*

۱) ۲۰ ۲) ۲۵ ۳) $10\sqrt{2}$ ۴) $20\sqrt{2}$

۷۷ـ معادله‌ی حرکت متحرکی در SI به صورت $\vec{r} = (t^3 + 4t)\vec{i} + (2t^2)\vec{j}$ است؛ بردار شتاب متوسط در بازه‌ی زمانی $t = 0$ تا $t = 2\,s$ کدام است؟ *(سراسری تجربی ـ ۸۵)*

۱) $3\vec{i} + 2\vec{j}$ ۲) $12\vec{i} + 8\vec{j}$ ۳) $6\vec{i} + 4\vec{j}$ ۴) $4\vec{i} + 2\vec{j}$

۷۸ــ از بالای ساختمانی به ارتفاع ۱۵ متر، سنگی را در راستای قائم با سرعت اولیه‌ی $10\,m/s$ در شرایط خلأ به طرف بالا پرتاب می‌کنیم؛ این سنگ با سرعت چند متربرثانیه به سطح زمین می‌رسد؟ $(g = 10\,m/s^2)$ *(آزاد پزشکی ـ ۸۶)*

۱) ۲۰ ۲) ۱۵ ۳) ۲۵ ۴) ۳۰

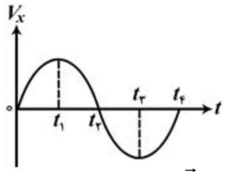
۷۹ــ اگر معادله‌ی حرکت جسمی در SI به صورت $x = -2t^2 + 8t$ باشد، این جسم پس از طی چند متر متوقف می‌شود؟ *(آزاد ریاضی ـ ۸۶)*

۱) ۱۶ ۲) ۳۲ ۳) ۸ ۴) ۲۴

۸۰ــ گلوله‌ی کوچکی در شرایط خلأ با سرعت اولیه‌ی V_0 در راستای قائم به طرف بالا پرتاب می‌شود؛ در لحظه‌ای که گلوله به $\frac{1}{4}$ ارتفاع اوج خود می‌رسد، سرعت آن چند V_0 است؟ *(آزاد ریاضی ـ ۸۶)*

۱) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ۲) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ ۳) $\frac{1}{2}$ ۴) $\frac{1}{4}$

۸۱ــ نمودار سرعت ـ زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است؛ در بازه‌ی زمانی بین t_1 و t_2، حرکت متحرک .... شونده و در .... محور x است. *(سراسری تجربی ـ ۸۶)*



۱) کند ـ جهت
۲) تند ـ جهت
۳) کند ـ خلاف جهت
۴) تند ـ خلاف جهت

۸۲ــ معادله‌ی مکان متحرکی که در صفحه حرکت می‌کند در SI به صورت $\vec{r} = 6t\,\vec{i} + (-5t^2 - 8t + 10)\vec{j}$ است؛ اندازه‌ی سرعت اولیه‌ی آن چند متربرثانیه است؟ *(سراسری تجربی ـ ۸۶)*

۱) ۲ ۲) ۶ ۳) ۱۰ ۴) ۱۲

۸۳ــ توپی از ارتفاع ۲۰ متری سطح زمین در راستای قائم به طرف بالا پرتاب می‌شود و پس از ۳ ثانیه به نقطه‌ی پرتاب برمی‌گردد؛ پس از چند ثانیه از لحظه‌ی پرتاب، سرعت توپ به $20\,m/s$ می‌رسد؟ $(g = 10\,m/s^2)$ *(سراسری تجربی ـ ۸۶)*

۱) ۰/۵ ۲) ۱/۵ ۳) ۲/۵ ۴) ۳/۵

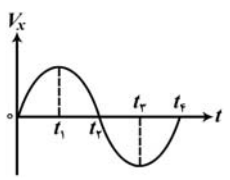
۸۴ــ معادله‌ی سرعت متحرکی در SI به صورت $V = -6t^2 + 6t$ است؛ اگر حرکت متحرک در مسیر، مستقیم بوده و مکان آن در لحظه‌ی $t = 1s$، نقطه‌ی $x = -2m$ باشد، معادله‌ی مکان کدام است؟ *(سراسری ریاضی ـ ۸۶)*

۱) $x = -12t + 6$ ۲) $x = -12t + 10$ ۳) $x = -3t^2 + 3t - 3$ ۴) $x = -2t^3 + 3t^2 - 3$

۸۵ــ اگر معادله‌ی مکان متحرکی $\vec{r} = 4t\,\vec{i} - 8t^2\vec{j}$ باشد، معادله‌ی مسیر متحرک کدام است؟ *(سراسری ریاضی ـ ۸۶)*

۱) $y = -2x^2$ ۲) $x = -2y^2$ ۳) $y = -\frac{1}{2}x^2$ ۴) $x = -\frac{1}{2}y^2$

۸۶ــ نمودار سرعت ـ زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است؛ در چه فاصله‌ی زمانی، بردار شتاب متحرک در جهت مثبت محور x است؟ *(سراسری ریاضی ـ ۸۶)*



۱) صفر تا t_1
۲) صفر تا t_2
۳) t_2 تا t_4
۴) t_2 تا t_3

۸۷ــ سنگی در شرایط خلأ با سرعت اولیه‌ی V_0 در راستای قائم به طرف بالا پرتاب می‌شود؛ اگر سنگ پس از ۲ ثانیه به بالاترین ارتفاع برسد، در این مدت سنگ تا ارتفاع چند متری بالا رفته است؟ $(g = 10\,m/s^2)$ *(آزاد پزشکی ـ ۸۷)*

۱) ۴۰ ۲) ۱۰ ۳) ۳۰ ۴) ۲۰

۸۸ــ معادله‌های حرکت جسمی در دو بعد در SI به صورت $x = \frac{4}{3}t$ و $y = -\frac{2}{3}t^2 + 3t$ است؛ بردار مکان جسم در لحظه‌ی $t = 3s$ کدام می‌باشد؟ *(آزاد ریاضی ـ ۸۷)*

۱) $\vec{r} = \frac{4}{3}\vec{i} + 3\vec{j}$ ۲) $\vec{r} = 4\vec{i} + 3\vec{j}$ ۳) $\vec{r} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$ ۴) $\vec{r} = \frac{4}{3}\vec{i} + 4\vec{j}$

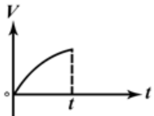
۸۹ــ بردار سرعت متحرک در SI به صورت $\vec{V} = 3t^2\vec{i} + 12t\,\vec{j}$ است؛ بزرگی شتاب متوسط آن در بازه‌ی زمانی $t_1 = 1s$ تا $t_2 = 2s$، چند متربرمجذورثانیه است؟ *(سراسری تجربی ـ ۸۷)*

۱) ۹ ۲) ۱۲ ۳) ۱۵ ۴) ۱۸

۹۰ـ از ارتفاع ۱۰۰ متری سطح زمین، گلوله‌ای را با سرعت $۲۰ m/s$ در راستای قائم روبه بالا پرتاب می‌کنیم؛ گلوله‌ی دیگر را چند ثانیه بعد، از سطح زمین با سرعت $۴۰ m/s$ روبه بالا پرتاب کنیم، تا دو گلوله در فاصله‌ی ۷۵ متری سطح زمین به هم برسند؟ (مقاومت هوا ناچیز و $g = ۱۰ m/s^۲$) *(سراسری تجربی ـ ۸۷)*

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۹۱ـ شکل مقابل، نمودار سرعت ـ زمان متحرکی است که در مسیر مستقیم حرکت می‌کند؛ حرکت آن در فاصله‌ی زمانی نشان داده شده در شکل چگونه است؟ *(سراسری ریاضی ـ ۸۷)*



۱) کندشونده با شتاب ثابت ۲) تندشونده با شتاب ثابت
۳) کندشونده با شتاب متغیر ۴) تندشونده با شتاب متغیر

۹۲ـ معادله‌ی سرعت متحرکی در SI به صورت $\vec{V} = ۲t\vec{i} - \vec{j}$ است؛ بزرگی سرعت متوسط آن در ثانیه‌ی دوم چند متربرثانیه است؟ *(سراسری ریاضی ـ ۸۷)*

۱) $\sqrt{۲}$ ۲) $\sqrt{۱۰}$ ۳) $۲\sqrt{۲}$ ۴) $۰/۵\sqrt{۱۰}$

۹۳ـ از ارتفاع معینی گلوله‌ای رها می‌شود و لحظه‌ای بعد گلوله‌ی دیگری از همان نقطه رها می‌شود؛ تا رسیدن گلوله‌ی اول به زمین، فاصله‌ی بین دو گلوله چگونه تغییر می‌کند؟ (مقاومت هوا ناچیز است.) *(سراسری ریاضی ـ ۸۷)*

۱) ثابت می‌ماند. ۲) کاهش می‌یابد. ۳) افزایش می‌یابد. ۴) بستگی به جرم گلوله‌ها دارد.

۹۴ـ گلوله‌ای را با سرعت اولیه‌ی ۳۰ متربرثانیه در راستای قائم رو به بالا پرتاب می‌کنیم؛ اگر مقاومت هوا ناچیز باشد، سرعت متوسط گلوله در ۴ ثانیه‌ی اول حرکت چند متربرثانیه است؟ ($g = ۱۰ m/s^۲$) *(سراسری تجربی ـ ۸۸)*

۱) ۸/۵ ۲) ۱۰ ۳) ۱۲/۵ ۴) ۱۵

۹۵ـ جسمی در صفحه حرکت می‌کند و مکان آن در SI به صورت $\vec{r} = (t)\vec{i} + (-t^۲ + ۲t)\vec{j}$ است؛ بزرگی سرعت متوسط جسم در بازه‌ی صفر تا ۱ ثانیه، چند متربرثانیه است؟ *(سراسری تجربی ـ ۸۸)*

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) $\sqrt{۲}$ ۴) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$

۹۶ـ سنگی را از لبه‌ی بالای ساختمانی به ارتفاع ۶۰ متر در شرایط خلأ در راستای قائم به طرف بالا پرتاب می‌کنیم؛ سنگ پس از ۶ ثانیه به زمین برخورد می‌کند؛ سرعت سنگ هنگام برخورد به زمین چند متربرثانیه است؟ ($g = ۱۰ m/s^۲$) *(سراسری ریاضی ـ ۸۸)*

۱) ۳۰ ۲) ۲۰ ۳) ۴۰ ۴) ۶۰

۹۷ـ دو گلوله‌ی A و B در صفحه‌ی xoy قرار دارند و مکان آنها در SI به صورت $\begin{cases} x_A = ۸t - ۶ \\ y_A = ۳t \end{cases}$ و $\begin{cases} x_B = ۱۸ \\ y_B = ۹ \end{cases}$ است؛ یک ثانیه قبل از برخورد، فاصله‌ی دو گلوله چند متر است؟ *(سراسری ریاضی ـ ۸۸)*

۱) $\sqrt{۴۲}$ ۲) $\sqrt{۳۴}$ ۳) $\sqrt{۵۷}$ ۴) $\sqrt{۷۳}$

۹۸ـ جسمی به جرم m را با سرعت $۸ m/s$ در راستای قائم به طرف بالا پرتاب می‌کنیم؛ با نادیده گرفتن اتلاف انرژی، سرعت جسم در نیمه‌ی راه رو به بالا چند متربرثانیه است؟ ($g = ۱۰ m/s^۲$) *(سراسری ریاضی ـ ۸۸)*

۱) ۶ ۲) ۴ ۳) $۴\sqrt{۲}$ ۴) $۵\sqrt{۲}$

۹۹ـ سنگی در راستای قائم با سرعت اولیه‌ی $V_۰$ به سمت بالا پرتاب می‌شود؛ اگر مقاومت هوا ناچیز باشد، در لحظه‌ای که سنگ $\frac{۱}{۴}$ ارتفاع اوج خود را طی کرده، سرعت آن چند $V_۰$ است؟ *(آزاد ریاضی ـ ۸۹)*

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{\sqrt{۳}}{۴}$ ۳) $\frac{۲}{۳}$ ۴) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$

۱۰۰ـ معادله‌های مکان متحرکی در SI به صورت $\begin{cases} x = t^۳ - ۳t^۲ - ۴۰ \\ y = ۵t^۲ - ۸t \end{cases}$ است؛ در کدام لحظه برحسب ثانیه، شتاب حرکت در راستای محور y است؟ *(سراسری تجربی ـ ۸۹)*

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۰۱ـ جسمی از ارتفاع h با سرعت اولیه‌ی $۱۵ m/s$ در راستای قائم پرتاب می‌شود؛ اگر در ۲ ثانیه‌ی آخر حرکت ۹۰ متر را طی کند و به زمین برسد، ارتفاع h چند متر است؟ ($g = ۱۰ m/s^۲$ و مقاومت هوا ناچیز است.) *(سراسری تجربی ـ ۸۹)*

۱) ۱۲۰ ۲) ۱۲۵ ۳) ۱۴۰ ۴) ۱۴۵

۱۰۲ـ متحرکی روی محور x حرکت می‌کند و نمودار سرعت ـ زمان آن مطابق شکل روبه‌رو است؛ متحرک در ۱۴ ثانیه‌ی اول، چند ثانیه در سوی مخالف محور x حرکت کرده است؟ *(سراسری ریاضی ـ ۸۹)*

۱) ۴ ۲) ۶ ۳) ۸ ۴) ۱۲

۱۰۳ـ گلوله‌ای در شرایط خلأ از ارتفاع h رها می‌شود و در لحظه‌ای که به ۵۰ متری سطح زمین می‌رسد، سرعتش $۱۵ m/s$ می‌شود؛ این گلوله چند ثانیه پس از رها شدن، به زمین می‌رسد؟ ($g = ۱۰ m/s^۲$) *(سراسری ریاضی ـ ۸۹)*

۱) ۲ ۲) ۳/۵ ۳) ۵ ۴) ۶/۵

ویژه‌ی رشته‌ی ریاضی و فیزیک

۱۰۴ـ معادله‌ی مسیر حرکت پرتابه‌ای در SI، به صورت $y = -۲x^۲ + ۲۰x$ می‌باشد؛ هرگاه پرتابه از سطح زمین بـه طـرف بـالا پرتـاب شـود، ارتفاع اوج پرتابه چند متر است؟ (y در امتداد قائم و x در امتداد افق و مبدأ مختصات روی زمین است.) *(سراسری ریاضی ـ ۸۴)*

۱) ۵۰ ۲) ۷۵ ۳) ۱۰۰ ۴) ۱۲۵

۱۰۵ـ گلوله‌ای از سطح زمین تحت زاویه‌ی α و با سرعت اولیه‌ی $V_۰$ رو به بالا پرتاب شده و در برگـشت، روی تپـه‌ای بـالاتر از نقطـه‌ی پرتـاب سقوط کرده است؛ اگر مقاومت هوا ناچیز بوده و بیشترین و کمترین مقدار مؤلفه‌ی افقـی سـرعت آن در ایـن مـسیر $۱۰۰ m/s$ و $۵۰ m/s$ باشـد، $V_۰$ چند متر بر ثانیه و α چند رادیان است؟ *(سراسری ریاضی ـ ۸۵)*

۱) ۵۰ و $\frac{\pi}{۳}$ ۲) ۱۰۰ و $\frac{\pi}{۳}$ ۳) ۱۰۰ و $\frac{\pi}{۶}$ ۴) ۲۰۰ و $\frac{\pi}{۶}$

۱۰۶ـ ذره‌ای روی خط $y = ۳x + ۵$ (در SI) با سرعت ثابت $\sqrt{۱۰} m/s$ در حرکت است؛ بردار سرعت آن کدام است؟ *(سراسری ریاضی ـ ۸۵)*

۱) $\vec{V} = \vec{i} + ۳\vec{j}$ ۲) $\vec{V} = ۲\vec{i} + ۵\vec{j}$ ۳) $\vec{V} = ۳\vec{i} + \vec{j}$ ۴) $\vec{V} = ۵\vec{i} + ۲\vec{j}$

۱۰۷ـ پرتابه‌ای در شرایط خلأ تحت زاویه‌ی α نسبت به سطح افقی پرتاب می‌شود؛ اگر سرعت پرتابه در نقطه‌ی اوج نـصف سـرعت اولیـه‌ی آن باشد، α چند درجه است؟ *(آزاد ریاضی ـ ۸۶)*

۱) ۴۵ ۲) ۶۰ ۳) ۳۰ ۴) ۱۵

۱۰۸ـ از یک نقطه واقع در سطح زمین، پرتابه‌ای با سرعت اولیه‌ی $\vec{V}_۰ = ۱۰\vec{i} + ۲۰\vec{j}$ پرتاب شده است؛ بُرد پرتابه چند متر است؟ ($g = ۱۰ m/s^۲$ و مقاومت هوا ناچیز است.) *(سراسری ریاضی ـ ۸۶)*

۱) ۴۰ ۲) ۸۰ ۳) ۱۶۰ ۴) ۲۰۰

۱۰۹ـ در حالتی که خورشید با زاویه‌ی ۳۰° نسبت به زمین می‌تابد (پرتوها با راستای افق زاویه‌ی ۳۰ درجه می‌سازند)، پرنده‌ای بـا سـرعت V در راستای قائم به طرف بالا حرکت می‌کند؛ سایه‌ی پرنده با سرعت چند V روی زمین جابه‌جا می‌شود؟ *(سراسری ریاضی ـ ۸۶)*

۱) ۳ ۲) $\sqrt{۳}$ ۳) $۳\sqrt{۳}$ ۴) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$

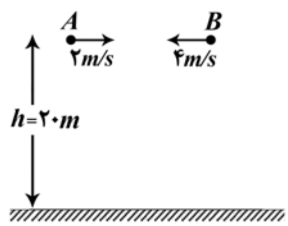
۱۱۰ـ از یک نقطه واقع بر سطح افق، دو گلوله با سرعت اولیه‌ی $V_۰$ یکی تحت زاویه‌ی ۳۰° و دیگری تحت زاویه‌ی ۴۵° نسبت به سطح افق پرتاب می‌شود؛ ارتفاع اوج گلوله‌ی دومی چند برابر ارتفاع اوج گلوله‌ی اولی است؟ (مقاومت هوا ناچیز است.) *(آزاد ریاضی ـ ۸۷)*

۱) $\sqrt{۲}$ ۲) ۱ ۳) $\frac{۳}{۲}$ ۴) ۲

۱۱۱ـ پرتابه‌ای با سرعت اولیه‌ی $۴۰ m/s$ تحت زاویه‌ی ۳۰ درجه نسبت به افق، رو به بالا پرتاب می‌شود؛ بزرگی جابه‌جایی پرتابه در مدتی که به نقطه‌ی اوج خود می‌رسد، چند متر است؟ *(سراسری ریاضی ـ ۸۷)*

۱) ۲۰ ۲) ۴۰ ۳) $۴۰\sqrt{۱۳}$ ۴) $۲۰\sqrt{۱۳}$

۱۱۲ـ در شکل مقابل، از ارتفاع ۲۰ متری سطح زمین، هم‌زمان دو گلوله را از نقاط A و B در خلاف جهت هم، در راستای افقی پرتاب مـی‌کنـیم؛ اگر هر دو گلوله در لحظه‌ی برخورد به زمین به یک نقطه برسند، فاصله‌ی AB چند متر است؟ ($g = ۱۰ m/s^۲$ و مقاومت هوا ناچیز است.) *(سراسری ریاضی ـ ۸۸)*



۱) ۱۰ ۲) ۶ ۳) ۱۲ ۴) ۱۶

۱۱۳ـ گلوله‌ای از بالای برجی به ارتفاع ۴۵ متر به طور افقی پرتاب می‌شود و در فاصله‌ی $۳۰\sqrt{۳}$ متر از پای برج به زمـین برخـورد مـی‌کنـد؛ در لحظه‌ی برخورد به زمین، زاویه‌ی بین سرعت گلوله و راستای قائم چند درجه است؟ ($g = ۱۰ m/s^۲$) *(سراسری ریاضی ـ ۸۹)*

۱) ۳۰ ۲) ۴۵ ۳) ۵۳ ۴) ۶۰

پاسخ نامه‌ی تست‌های کنکورهای سراسری و آزاد «حرکت‌شناسی در دو بُعد»

۱ـ گزینه «۲» مراجعه به «**توضیح تعیین علامت شتاب با استفاده از نمودار سرعت ـ زمان صفحه‌ی ۹**»؛ با توجه به این‌که **شیب مماس** بر نمودار $V-t$ «**مثبت و متغیر**» است، پس **شتاب** حرکت «**مثبت و متغیر** $(a>۰)$» بوده و چون **سرعت** متحرک نیز «**مثبت** $(V>۰)$» است، پس حاصل‌ضرب شتاب در سرعت نیز «**مثبت** $(a>۰\ ,\ V>۰\rightarrow aV>۰)$» بوده و بنابراین حرکت این متحرک «**تندشونده با شتاب متغیر**» است.

۲ـ گزینه «۳»

$$V=\frac{dx}{dt}=۲۰t+۲۰\rightarrow a=\frac{dV}{dt}=۲۰m/s^{۲}$$

۳ـ گزینه «۲» مراجعه به «**توضیح نکته‌ی ۳ بالای صفحه‌ی ۱۱**»

۴ـ گزینه «۳» ابتدا بایستی «**شتاب حرکت متحرک**» را با استفاده از اطلاعات نمودار سرعت ـ زمان داده شده به دست آورده و سپس «**معادله‌ی حرکت**» را به دست آوریم و بنابراین داریم:

$$a=\frac{\Delta V}{\Delta t}=\frac{V_{۲}-V_{۱}}{t_{۲}-t_{۱}}=\frac{۰-(-۳)}{۳-۰}=\frac{۳}{۳}=۱m/s^{۲}$$

$$x=\frac{۱}{۲}at^{۲}+V_{\circ}t+x_{\circ}\xrightarrow{a=۱m/s^{۲}\ ,V_{\circ}=-۳m/s}x=(\frac{۱}{۲}\times ۱\times t^{۲})+(-۳\times t)\rightarrow x=\frac{۱}{۲}t^{۲}-۳t$$

۵ـ گزینه «۲» با توجه به این‌که سرعت‌های روبه **بالا** علامت «**مثبت**» و سرعت‌های روبه **پایین** علامت «**منفی**» دارند، پس بنابراین داریم:

$$V=-gt+V_{\circ}\xrightarrow{V=-۵m/s\ ,V_{\circ}=۱۰m/s}-۵=-۱۰t+۱۰\rightarrow ۱۰t=۱۰+۵\rightarrow ۱۰t=۱۵\rightarrow t=۱/۵s$$

۶ـ گزینه «۴» ابتدا بایستی «**مدت زمانی که ۲ گلوله در راه بوده‌اند**» را به دست آوریم:

$$h_{۱}=\frac{۱}{۲}gt_{۱}^{۲}\rightarrow ۴۵=\frac{۱}{۲}\times ۱۰\times t_{۱}^{۲}\rightarrow ۵t_{۱}^{۲}=۴۵\rightarrow t_{۱}^{۲}=\frac{۴۵}{۵}=۹\xrightarrow{\sqrt{\ }}t_{۱}=۳s$$

$$h_{۲}=\frac{۱}{۲}gt_{۲}^{۲}+V_{\circ}t_{۲}\rightarrow ۴۵=(\frac{۱}{۲}\times ۱۰\times t_{۲}^{۲})+(۱۲/۵\times t_{۲})\rightarrow ۵t_{۲}^{۲}+۱۲/۵t_{۲}-۴۵=۰\xrightarrow{\div ۵}t_{۲}^{۲}+۲/۵t_{۲}-۹=۰$$

$$\rightarrow (t_{۲}-۲)(t_{۲}+۴/۵)=۰\rightarrow\begin{cases}t_{۲}=۲s & \text{صحیح}\\ t_{۲}=-۴/۵s\end{cases}$$

با توجه به این‌که گلوله‌ی **دوم** یک ثانیه **دیرتر** پرتاب شده است، پس **۲** گلوله «**همزمان**» با هم به زمین می‌رسند و چون گلوله‌ی **اول** «**بدون سرعت اولیه**» رها شده و گلوله‌ی **دوم** «**با سرعت اولیه‌ی** $۱۲/۵m/s$» پرتاب شده، پس بنابراین گلوله‌ی **اول** با «**سرعت کمتری**» نسبت به گلوله‌ی **دوم** به زمین می‌رسد.

۷ـ گزینه «۱» ابتدا بایستی «**معادله‌ی شتاب متحرک**» را به دست آوریم:

$$V=\frac{dx}{dt}=t^{۲}+۲\quad * \quad a=\frac{dV}{dt}=۲t$$

و حال با توجه به معادله‌ی شتاب «$a=۲t$»، نتیجه می‌گیریم که نمودار شتاب ـ زمان به صورت «**خط راستی است که از مبدأ می‌گذرد**».

۸ـ گزینه «۳» مراجعه به «**توضیح نکته‌ی ۱ پایین نمودار مکان ـ زمان $(x-t)$ صفحه‌ی ۸**»؛ با توجه به این‌که نمودار داده شده دارای «**۱ نقطه‌ی ماکزیمم و ۱ نقطه‌ی می‌نیمم**» است، پس سرعت جسم «**۲ بار تغییر جهت**» داده است.

۹ـ گزینه «۲» با توجه به این‌که **سرعت اولیه** و **سرعت نهایی** اتومبیل «**صفر**» است، پس بنابراین بایستی شیب خط مماس بر نمودار در لحظه‌ی **صفر** (**شروع حرکت**) و **پایان حرکت** «**موازی محور زمان**» باشد که تنها در نمودار **گزینه‌ی (۲)** این حالت برقرار می‌باشد.

۱۰ـ گزینه «۳» $T=\frac{2V_0}{g}\to T\propto V_0\to 2T\propto 2V_0$

۱۱ـ گزینه «۱» ابتدا بایستی «**سرعت ثانویه‌ی متحرک**» را به دست آورده و سپس «**شتاب قسمت کندشونده**» را محاسبه نماییم و بنابراین داریم:

$$\Delta x=S_{(V-t)}\xrightarrow{\Delta x=165m}165=\frac{(2+9)\times V_2}{2}\to 11V_2=2\times 165\to 11V_2=330\to V_2=30\,m/s$$

$$|a|=\frac{\Delta V}{\Delta t}=\frac{V_2-V_1}{t_2-t_1}=\frac{30-0}{9-5}=\frac{30}{4}=7/5\,m/s^2$$

۱۲ـ گزینه «۱» مراجعه به «**توضیح عبور متوالی جسم از یک نقطه صفحه‌ی ۱۱**» $V=\frac{1}{2}g(t_2-t_1)\xrightarrow{t_2-t_1=4s}V=\frac{1}{2}\times 10\times 4=20\,m/s$

$$V^2-V_0^2=-2gh\to (20)^2-(25)^2=-2\times 10\times h\to 400-625=-20h\to 20h=225\to h=11/25\,m$$

۱۳ـ گزینه «۳» ابتدا بایستی با استفاده از نمودار شتاب ـ زمان، «**تغییر سرعت متحرک**» را به دست آورده و سپس «**سرعت نهایی متحرک**» را محاسبه نماییم و بنابراین داریم:

$$\Delta V=S_{(a-t)}=\frac{(2+6)\times 2}{2}=\frac{16}{2}=8\,m/s$$

$$\Delta V=V-V_0\xrightarrow{\Delta V=8m/s\,,\,V_0=0}8=V-0\to V=8\,m/s$$

۱۴ـ گزینه «۱» با توجه به این‌که **شتاب** برابر «**شیب نمودار سرعت ـ زمان $(V-t)$**» است، پس بنابراین در لحظاتی که شتاب «**مثبت**» است، شیب نمودار $V-t$ نیز «**مثبت**» و در لحظاتی که شتاب «**صفر**» است، شیب نمودار $V-t$ نیز «**صفر**» و در لحظاتی که شتاب «**منفی**» است، شیب نمودار $V-t$ نیز «**منفی**» بوده و در نتیجه **گزینه‌ی (۱)** صحیح می‌باشد.

۱۵ـ گزینه «۴» ابتدا بایستی «**زمان رفت و برگشت جسم اول به نقطه‌ی پرتاب**» را به دست آورده و سپس «**زمان‌های t_1 و t_2**» را محاسبه نماییم و بنابراین داریم:

$$T=\frac{2V_0}{g}=\frac{2\times 20}{10}=\frac{40}{10}=4\,s$$

$$\left.\begin{array}{l}t_1=T+t_2=4+t_2\\ t_1=2t_2\end{array}\right\}\to 4+t_2=2t_2\to t_2=4s$$

$$h=\frac{1}{2}gt_2^2+V_0t_2=\frac{1}{2}\times 10\times(4)^2+(20\times 4)=80+80=160\,m$$

۱۶ـ گزینه «۲» در نموداری که در لحظه‌ی **صفر**، شیب خط مماس بر نمودار «**موازی محور زمان**» باشد، **سرعت اولیه** «**صفر**» است و تنها در **گزینه‌ی (۲)** این حالت برقرار می‌باشد.

۱۷ـ گزینه «۲» با توجه به این‌که زمین در «**پایین مبدأ پرتاب**» قرار دارد، پس بنابراین بایستی **علامت ارتفاع** را به صورت «**منفی**» در رابطه‌ی زیر جایگزین نماییم:

$$h=-\frac{1}{2}gt^2+V_0t\xrightarrow{h=-80m}-80=(-\frac{1}{2}\times 10\times t^2)+(30\times t)\to -80=-5t^2+30t\to 5t^2-30t-80=0$$

$$\xrightarrow{\div 5}t^2-6t-16=0\to (t+2)(t-8)=0\to\begin{cases}t=-2\,s\\ t=8\,s_{\text{صحیح}}\end{cases}$$

۱۸ـ گزینه «۲» مراجعه به «**توضیح نکته‌ی ۳ وسط صفحه‌ی ۱۱**»

۱۹ـ گزینه «۳» $V = \frac{dx}{dt} = ۲t \to a = \frac{dV}{dt} = ۲ m/s^۲$

۲۰ـ گزینه «۲» $a = \frac{\Delta V}{\Delta t} \to \begin{cases} a_{\text{تند}} = \frac{\Delta V}{۲-۰} = \frac{\Delta V}{۲} \\ a_{\text{کند}} = \frac{\Delta V}{۸-۲} = \frac{\Delta V}{۶} \end{cases} \to \frac{a_{\text{تند}}}{a_{\text{کند}}} = \frac{\frac{\cancel{\Delta V}}{۲}}{\frac{\cancel{\Delta V}}{۶}} = \frac{۶}{۲} = ۳$

۲۱ـ گزینه «۱» $\Delta x = S_{(V-t)} \xrightarrow{\Delta x = ۵۷m} ۵۷ = \frac{۱۰ \times t}{۲} \to ۱۰t = ۲ \times ۵۷ \to ۱۰t = ۱۱۴ \to t = \frac{۱۱۴}{۱۰} = ۱۱/۴ s$

۲۲ـ گزینه «۲» با توجه به نمودار می‌بینیم که سرعت گلوله پس از **۱ ثانیه** «**صفر**» شده که همان «**زمان اوج گلوله**» است و بنابراین زمان رفت و برگشت به نقطه‌ی پرتاب برابر «**۲ ثانیه**» خواهد بود.

۲۳ـ گزینه «۱» مراجعه به «**توضیح عبور متوالی جسم از یک نقطه صفحه‌ی ۱۱**»

$V = \frac{۱}{۲} g(t_۲ - t_۱) \to t_۲ - t_۱ = \frac{۲V}{g} = \frac{۲}{g}\sqrt{V_۰^۲ - ۲gh}$

۲۴ـ گزینه «۳» مراجعه به «**توضیح علامت شتاب با استفاده از نمودار مکان ـ زمان $(x-t)$ و شکل آن صفحه‌ی ۸**»

۲۵ـ گزینه «۲» مراجعه به «**توضیح نکته‌ی ۱ پایین نمودار مکان ـ زمان $(x-t)$ صفحه‌ی ۸**»؛ با توجه به این‌که نمودار داده شده فقط دارای «**۱ نقطه‌ی ماکزیمم**» است، پس ذره «**۱ بار تغییر جهت حرکت**» داده است.

۲۶ـ گزینه «۳» ابتدا بایستی « θ » را به دست آورده و سپس «**سرعت متوسط متحرک**» را محاسبه نماییم و بنابراین داریم:

$$\Delta x = S_{(V-t)} \xrightarrow{\Delta x = ۳۶۰m} ۳۶۰ = \frac{(\theta - ۱۰ + \theta) \times ۲۴}{۲} \to ۱۵ = \frac{۲\theta - ۱۰}{۲} \to ۲\theta - ۱۰ = ۳۰ \to ۲\theta = ۴۰ \to \theta = ۲۰ s$$

$$\bar{V} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{۳۶۰}{۲۰} = ۱۸ m/s$$

۲۷ـ گزینه «۱» ابتدا بایستی «**طول پاره‌خط AB**» را به دست آورد و سپس «**سرعت متوسط**» را محاسبه نماییم و بنابراین داریم:

$$\Delta x = AB = \sqrt{(x_B - x_A)^۲ + (y_B - y_A)^۲} = \sqrt{(۷-۱)^۲ + (۱۲-۴)^۲} = \sqrt{(۶)^۲ + (۸)^۲} = \sqrt{۳۶ + ۶۴} = \sqrt{۱۰۰} = ۱۰ m$$

$$\bar{V} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{۱۰}{۲} = ۵ m/s$$

۲۸ـ گزینه «۱» زمانی **تغییر جهت حرکت** صورت می‌گیرد که سرعت جسم «**صفر**» شده $(V = ۰)$ و «**تغییر علامت**» دهد.

$$V = \frac{dx}{dt} = ۴t - ۱۲ \xrightarrow{V=۰} ۰ = ۴t - ۱۲ \to ۴t = ۱۲ \to t = ۳ s$$

۲۹ـ گزینه «۳» $a = \frac{dV}{dt} = -۲ < ۰$ * $V = \frac{dx}{dt} = -۲t - ۴ \xrightarrow{t>۰} V < ۰ \to$ حرکت در «خلاف جهت محور x ها»

$V < ۰ , a < ۰ \to aV > ۰ \to$ حرکت «تندشونده»

۳۰ـ گزینه «۲» با توجه به این‌که « $\Delta x = S_{(V-t)}$ » است، پس بنابراین هر چقدر سطح زیر نمودار $V - t$ یک متحرک «**بزرگ‌تر**» باشد، جابه‌جایی متحرک در آن بازه‌ی زمانی «**بیشتر**» بوده و در نتیجه سرعت متوسط آن متحرک «**بزرگ‌تر**» خواهد بود:

$$\bar{V} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{S_{(V-t)}}{\Delta t} \xrightarrow{S_A > S_B} \bar{V}_A > \bar{V}_B$$

۳۱ـ گزینه «۲» مدت زمانی‌که گلوله‌ی دوم **زودتر** به زمین می‌رسد «**برابر**» **مدت زمان رفت و برگشت گلوله‌ی اول به نقطه‌ی پرتاب** است و بنابراین داریم:

$$T=\frac{۲V_{\circ}}{g}=\frac{۲\times ۱۲}{۱۰}=\frac{۲۴}{۱۰}=۲/۴\,s$$

۳۲ـ گزینه «۱»

$$\overline{V}=\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}=\frac{\vec{r}_۲-\vec{r}_۱}{t_۲-t_۱}=\frac{(۲۰\vec{i}+۱۲\vec{j})-(۱۴\vec{i}+۲۰\vec{j})}{۱۰-۲}=\frac{۶\vec{i}-۸\vec{j}}{۸}=\frac{۳}{۴}\vec{i}-\vec{j}$$

$$\left|\overline{V}\right|=\sqrt{(\overline{V}_x)^۲+(\overline{V}_y)^۲}=\sqrt{(\frac{۳}{۴})^۲+(-۱)^۲}=\sqrt{\frac{۹}{۱۶}+۱}=\sqrt{\frac{۲۵}{۱۶}}=\frac{۵}{۴}=۱/۲۵\,m/s$$

۳۳ـ گزینه «۴» ابتدا بایستی از طریق **تشابه ۲ مثلث**، «**سرعت ثانویه‌ی متحرک**» در زیر محور زمان را به دست آوریم:

$$\frac{۲۰}{۱۰}=\frac{V_۲}{۵}\rightarrow ۱۰V_۲=۱۰۰\rightarrow V_۲=۱۰\,m/s$$

و حال بایستی به این نکته توجه کنیم که **علامت سرعت** در زیر محور زمان «**منفی**» می‌باشد و بنابراین داریم: $V_۲=-۱۰\,m/s$

$$\overline{V}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{S_۱+S_۲}{\Delta t}=\frac{\frac{۱۵\times ۲۰}{۲}+\frac{۵\times(-۱۰)}{۲}}{۲۰}=\frac{۱۵۰-۲۵}{۲۰}=\frac{۱۲۵}{۲۰}=۶/۲۵\,m/s$$

۳۴ـ گزینه «۲» ابتدا بایستی «**زمان حرکت گلوله‌ی اول**» را به دست آورده و سپس «**ارتفاع h گلوله‌ی دوم**» را محاسبه نماییم و بنابراین داریم:

$$h=\frac{۱}{۲}gt^۲+V_{\circ}t\rightarrow ۸۰=(\frac{۱}{۲}\times ۱۰\times t^۲)+(۳۰\times t)\rightarrow ۸۰=۵t^۲+۳۰t\rightarrow ۵t^۲+۳۰t-۸۰=۰$$

$$\xrightarrow{\div ۵}t^۲+۶t-۱۶=۰\rightarrow (t-۲)(t+۸)=۰\rightarrow\begin{cases}t=۲s & \text{صحیح}\\ t=-۸s\end{cases}$$

$$h=\frac{۱}{۲}gt^۲\xrightarrow{t=۲s}h=\frac{۱}{۲}\times ۱۰\times(۲)^۲=۲۰\,m$$

۳۵ـ گزینه «۳» با توجه به نمودار شتاب ـ زمان $(a-t)$، می‌بینیم که متحرک در **مرحله‌ی اول حرکت** با «**شتاب ثابت** $(a=۲\,m/s^۲)$» و در **مرحله‌ی دوم حرکت** به صورت «**یکنواخت** $(a=۰)$» جابه‌جا شده است، پس بنابراین داریم:

$$\Delta x_۱=\frac{۱}{۲}at^۲+V_{\circ}t=(\frac{۱}{۲}\times ۲\times(۵)^۲)+(۵\times ۵)=۲۵+۲۵=۵۰\,m$$

و حال با توجه به این‌که «**سرعت نهایی مرحله‌ی اول حرکت** = **سرعت اولیه‌ی مرحله‌ی دوم حرکت**» است، پس بنابراین داریم:

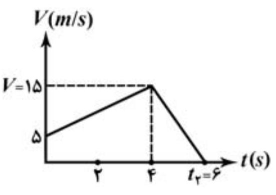
$$V=at+V_{\circ}=(۲\times ۵)+۵=۱۰+۵=۱۵\,m/s \quad ※ \quad \Delta x_۲=Vt\xrightarrow{V=۱۵m/s}\Delta x_۲=۱۵\times ۴=۶۰\,m$$

$\Delta x=\Delta x_۱+\Delta x_۲=۵۰+۶۰=۱۱۰\,m$ **جابه‌جایی در مدت ۹ ثانیه‌ی حرکت**

۳۶ـ گزینه «۱» با توجه به این‌که جهت حرکت گلوله در «**نقطه‌ی اوج**» عوض می‌شود، پس بنابراین داریم:

$$t=\frac{V_{\circ}}{g}=\frac{۲۰}{۱۰}=۲\,s$$

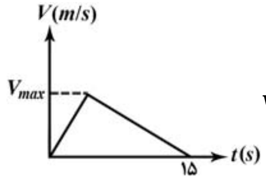
۳۷ـ گزینه «۳» ابتدا بایستی «**سرعت ثانویه‌ی متحرک و زمان $t_۲$**» را به دست آورده و بنابراین داریم:



$$a=\frac{\Delta V}{\Delta t}\rightarrow\begin{cases}۲/۵=\frac{V_۲-۵}{۴-۰}\rightarrow V_۲-۵=۴\times ۲/۵\rightarrow V_۲-۵=۱۰\rightarrow V_۲=۱۵\,m/s\\ -۷/۵=\frac{۰-۱۵}{t_۲-۴}\rightarrow -۷/۵t_۲+۳۰=-۱۵\rightarrow ۴۵=۷/۵t_۲\rightarrow t_۲=\frac{۴۵}{۷/۵}=۶\,s\end{cases}$$

$$\Delta x=S_{(V-t)}=S_{\text{ذوزنقه}}+S_{\text{مثلث}}=\frac{(۵+۱۵)\times ۴}{۲}+\frac{۲\times ۱۵}{۲}=۴۰+۱۵=۵۵\,m$$

۳۸ــ گزینه «۲»



$$\bar{V}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{S_{(V-t)}}{\Delta t}\to ۶=\frac{\frac{۱۵\times V_{\max}}{۲}}{۱۵}\to ۶=\frac{۱۵V_{\max}}{۳۰}\to ۱۵V_{\max}=۱۸۰\to V_{\max}=\frac{۱۸۰}{۱۵}=۱۲m/s$$

۳۹ــ گزینه «۱» ابتدا بایستی «**سرعت اولیه‌ی گلوله**» را به دست آورده و سپس «**ارتفاع برج**» را محاسبه نماییم و بنابراین داریم:

$$T=\frac{۲V_{\circ}}{g}\to ۳=\frac{۲V_{\circ}}{۱۰}\to ۲V_{\circ}=۳\times ۱۰\to ۲V_{\circ}=۳۰\to V_{\circ}=\frac{۳۰}{۲}=۱۵m/s$$

و حال با توجه به این‌که زمین در «**پایین مبدأ پرتاب**» قرار دارد، پس بنابراین بایستی **علامت ارتفاع** را به صورت «**منفی**» در رابطه‌ی زیر جایگزین نماییم:

$$V^{۲}-V_{\circ}^{۲}=-۲gh\xrightarrow{h=-h}(۲۵)^{۲}-(۱۵)^{۲}=-۲\times ۱۰\times(-h)\to ۶۲۵-۲۲۵=۲۰h\to ۲۰h=۴۰۰\to h=۲۰m$$

۴۰ــ گزینه «۱» مراجعه به «**توضیح عبور متوالی جسم از یک نقطه صفحه‌ی ۱۱**»

۴۱ــ گزینه «۱» مراجعه به «**توضیح نکته‌ی ۳ وسط صفحه‌ی ۱۱**»

$$V=\frac{۱}{۲}gt\to ۶=\frac{۱}{۲}\times ۱۰\times t\to ۶=۵t\to t=\frac{۶}{۵}=۱/۲s$$

۴۲ــ گزینه «۱» مراجعه به «**نمودار مکان ــ زمان $(x-t)$ صفحه‌ی ۸**»

۴۳ــ گزینه «۲»

$$\bar{V}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{S_{۱}+S_{۲}}{\Delta t}\to\frac{۲۰}{۳}=\frac{\frac{(۶+V_{۱})\times ۱۰}{۲}+\frac{۸\times V_{۱}}{۲}}{۱۸}\to\frac{۲۰}{۳}=\frac{۳۰+۵V_{۱}+۴V_{۱}}{۱۸}$$

$$\to ۲۰=\frac{۳۰+۹V_{۱}}{۶}\to ۳۰+۹V_{۱}=۶\times ۲۰\to ۳۰+۹V_{۱}=۱۲۰\to ۹V_{۱}=۹۰\to V_{۱}=۱۰m/s$$

۴۴ــ گزینه «۳»

$$h=\frac{۱}{۲}g(۲t-۱)+V_{\circ}\to\begin{cases}h_{۱}=\frac{۱}{۲}\times ۱۰\times(۲\times ۱-۱)+۱۰=۵+۱۰=۱۵\\ h_{۲}=\frac{۱}{۲}\times ۱۰\times(۲\times ۲-۱)+۱۰=۱۵+۱۰=۲۵\end{cases}\to\frac{h_{۱}}{h_{۲}}=\frac{۱۵}{۲۵}=\frac{۳}{۵}$$

۴۵ــ گزینه «۲» با توجه به این‌که زمین در «**پایین مبدأ پرتاب**» قرار دارد، پس بنابراین بایستی **علامت ارتفاع** را به صورت «**منفی**» در رابطه‌ی زیر جایگزین نماییم:

$$h=-\frac{۱}{۲}gt^{۲}+V_{\circ}t\xrightarrow{h=-۱۰۰m}-۱۰۰=(-\frac{۱}{۲}\times ۱۰\times(۵)^{۲})+(V_{\circ}\times ۵)\to -۱۰۰=-۱۲۵+۵V_{\circ}\to ۲۵=۵V_{\circ}$$
$$\to V_{\circ}=+۵m/s$$

با توجه به این‌که **علامت سرعت** «**مثبت**» است، پس بنابراین جهت آن «**روبه بالا**» بوده است.

۴۶ــ گزینه «۴» با توجه به این‌که **شیب نمودار سرعت ــ زمان $(V-t)$** برابر «**شتاب**» است، پس بنابراین در لحظاتی که شیب نمودار $V-t$ «**مثبت**» است، شتاب نیز «**مثبت**» و در لحظاتی که شیب نمودار $V-t$ «**صفر**» است، شتاب نیز «**صفر**» و در لحظاتی که شیب نمودار $V-t$ «**منفی**» است، شتاب نیز «**منفی**» بوده و در نتیجه **گزینه‌ی (۴)** صحیح می‌باشد.

۴۷ــ گزینه «۱»

$$T=\frac{۲V_{\circ}}{g}\to ۴=\frac{۲V_{\circ}}{۹/۸}\to ۲V_{\circ}=۴\times ۹/۸\to ۲V_{\circ}=۳۹/۲\to V_{\circ}=\frac{۳۹/۲}{۲}=۱۹/۶m/s$$

۴۸ـ گزینه «۳» مراجعه به «**توضیح نکته‌ی ۱ وسط صفحه‌ی ۱۱**»

$$\Delta t=\frac{2V_\circ}{g}=\frac{2\times 30}{10}=\frac{60}{10}=6\,s$$

۴۹ـ گزینه «۱» ابتدا بایستی «**سرعت اولیه‌ی پرتاب گلوله**» را به دست آورده و سپس «**ارتفاع اوج**» را محاسبه نماییم و بنابراین داریم:

$$T=\frac{2V_\circ}{g}\rightarrow 3=\frac{2V_\circ}{10}\rightarrow 2V_\circ=3\times 10\rightarrow 2V_\circ=30\rightarrow V_\circ=\frac{30}{2}=15\,m/s$$

$$h=\frac{V_\circ^2}{2g}=\frac{(15)^2}{2\times 10}=\frac{225}{20}=11/25\,m$$

۵۰ـ گزینه «۲» مراجعه به «**توضیح نکته‌ی ۲ وسط صفحه‌ی ۱۱**»

$$h=(V_\circ+V_\circ')t=(0+20)\times 1/25=25\,m$$

۵۱ـ گزینه «۴» ابتدا بایستی «**معادله‌ی شتاب متحرک**» را به دست آوریم:

$$V=\frac{dx}{dt}=-2+3t^2\quad * \quad a=\frac{dV}{dt}=6t$$

و حال با توجه به معادله‌ی شتاب « $a=6t$ »، نتیجه می‌گیریم که نمودار شتاب ـ زمان به صورت «**خط راستی است که از مبدأ می‌گذرد**».

۵۲ـ گزینه «۱» با توجه به این‌که زمین در «**پایین مبدأ پرتاب**» قرار دارد، پس بنابراین بایستی **علامت ارتفاع** را به صورت «**منفی**» در رابطه‌ی زیر جایگزین نماییم:

$$h=-\frac{1}{2}gt^2+V_\circ t\xrightarrow{h=-h}-h=(-\frac{1}{2}\times 10\times(3)^2)+(10\times 3)\rightarrow -h=-45+30\rightarrow -h=-15\rightarrow h=15\,m$$

۵۳ـ گزینه «۴»

$$x=t^2+t\rightarrow V=\frac{dx}{dt}=2t+\underbrace{1}_{V_\circ}\rightarrow a=\frac{dV}{dt}=2\,m/s^2$$

۵۴ـ گزینه «۳»

$$V=\sqrt{2gh}\rightarrow\begin{cases}V_A=\sqrt{2gh}\\ V_B=\sqrt{2g\times\frac{h}{4}}=\sqrt{\frac{gh}{2}}\end{cases}\rightarrow\frac{V_A}{V_B}=\frac{\sqrt{2gh}}{\sqrt{\frac{gh}{2}}}=\sqrt{\frac{2\cancel{gh}}{\frac{\cancel{gh}}{2}}}=\sqrt{4}=2$$

۵۵ـ گزینه «۲» مراجعه به «**توضیح نکته‌ی ۲ پایین نمودار مکان ـ زمان $(x-t)$ صفحه‌ی ۸**»؛ با توجه به این‌که نمودار داده شده فقط دارای «**۱ نقطه‌ی عطف**» است، پس متحرک «**۱ بار تغییر جهت نیرو**» داده است.

۵۶ـ گزینه «۲»

$$\overline{\vec{V}}=\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}=\frac{\vec{r}_2-\vec{r}_1}{t_2-t_1}\rightarrow\vec{i}-2\vec{j}=\frac{(\alpha\vec{i}+\beta\vec{j})-(2\vec{i}-4\vec{j})}{4-0}\rightarrow 4\vec{i}-8\vec{j}=(\alpha-2)\vec{i}+(\beta+4)\vec{j}$$

$$\rightarrow\begin{cases}4=\alpha-2\rightarrow\alpha=6\\ -8=\beta+4\rightarrow\beta=-12\end{cases}\rightarrow\frac{\alpha}{\beta}=\frac{6}{-12}=-\frac{1}{2}$$

۵۷ـ گزینه «۳» مراجعه به «**نمودار مکان ـ زمان $(x-t)$ صفحه‌ی ۸**»؛ ضمناً زمان t_2«**نقطه‌ی عطف نمودار**» بوده و بنابراین شتاب متحرک در آن لحظه «**صفر $(a=0)$**» است.

۵۸ـ گزینه «۳» با توجه به این‌که زمین در «**پایین مبدأ پرتاب**» قرار دارد، پس بنابراین بایستی علامت ارتفاع را به صورت «**منفی**» در رابطه‌ی زیر جایگزین نماییم:

$$h=-\frac{1}{2}gt^2+V_\circ t\xrightarrow{h=-h}-h=(-\frac{1}{2}\times 10\times(5)^2)+(10\times 5)\rightarrow -h=-125+50\rightarrow -h=-75\rightarrow h=75\,m$$

۵۹ـ گزینه «۱» با توجه به این‌که زمین در «**پایین مبدأ پرتاب**» قرار دارد، پس بنابراین بایستی **علامت ارتفاع** را به صورت «**منفی**» در رابطه‌ی زیر جایگزین نماییم:

$$h=-\frac{۱}{۲}gt^{۲}+V_{\circ}t\xrightarrow{h=-۲۵m}-۲۵=(-\frac{۱}{۲}\times ۱۰\times t^{۲})+(۲۰\times t)\to -۲۵=-۵t^{۲}+۲۰t\to ۵t^{۲}-۲۰t-۲۵=۰$$

$$\xrightarrow{\div ۵}t^{۲}-۴t-۵=۰\to (t+۱)(t-۵)=۰\to \begin{cases}t=-۱s\\ t=۵s_{\text{صحیح}}\end{cases}$$

۶۰ـ گزینه «۱»

$$V=\frac{dx}{dt}=-۲t+۴\xrightarrow{V=۰}۰=-۲t+۴\to ۲t=۴\to t=۲s\to \begin{cases}t<۲\to V>۰\\ t>۲\to V<۰\end{cases}\quad * \quad a=\frac{dV}{dt}=-۲<۰$$

$V>۰\,,\,a<۰\xrightarrow{t<۲}aV<۰\to$ «کندشونده» مرکت $t=۲s$ تا $t=۰$ از لمظه‌ی

$V<۰\,,\,a<۰\xrightarrow{t>۲}aV>۰\to$ «تندشونده» مرکت $t=۸s$ تا $t=۲s$ از لمظه‌ی

۶۱ـ گزینه «۲»

$$V^{۲}-V_{\circ}^{۲}=۲gh\to V^{۲}-(۱۵)^{۲}=۲\times ۱۰\times ۵۰\to V^{۲}-۲۲۵=۱۰۰۰\to V^{۲}=۱۲۲۵\xrightarrow{\sqrt{\ }}V=۳۵\,m/s$$

۶۲ـ گزینه «۲»

$$\bar{\vec{a}}=\frac{\Delta\vec{V}}{\Delta t}=\frac{\vec{V}_{۲}-\vec{V}_{۱}}{t_{۲}-t_{۱}}=\frac{(۹\vec{i}-۶\vec{j})-(۳\vec{i}+۲\vec{j})}{۲-۰}=\frac{۶\vec{i}-۸\vec{j}}{۲}=۳\vec{i}-۴\vec{j}$$

۶۳ـ گزینه «۱»

$$\Delta x=\frac{۱}{۲}at^{۲}+V_{\circ}t\to \begin{cases}\Delta x_{۱}=(\frac{۱}{۲}\times ۲\times t^{۲})+(۱۰\times t)=t^{۲}+۱۰t\\ \Delta x_{۲}=(\frac{۱}{۲}\times ۴\times t^{۲})+(۲۰\times t)=۲t^{۲}+۲۰t\end{cases}\xrightarrow{\Delta x_{۱}+\Delta x_{۲}=۱۱۲۵m}(t^{۲}+۱۰t)+(۲t^{۲}+۲۰t)=۱۱۲۵$$

$$\to ۳t^{۲}+۳۰t=۱۱۲۵\xrightarrow{\div ۳}t^{۲}+۱۰t-۳۷۵=۰\to (t-۱۵)(t+۲۵)=۰\to \begin{cases}t=۱۵s_{\text{صحیح}}\\ t=-۲۵s\end{cases}$$

۶۴ـ گزینه «۳» ابتدا بایستی «**معادله‌ی سرعت ـ زمان**» ذره را به دست آورده و سپس «**سرعت ذره در بازه‌های زمانی داده شده**» را محاسبه نماییم و بنابراین داریم:

$$V=\frac{dx}{dt}=۰/۰۶\times ۵\pi\times\cos(۵\pi t)=۰/۳\pi\cos(۵\pi t)\to \begin{cases}\xrightarrow{t_{۱}=۲s}V_{۱}=۰/۳\pi\cos(۵\pi\times ۲)=۰/۳\pi\,m/s\\ \xrightarrow{t_{۲}=۵s}V_{۲}=۰/۳\pi\cos(۵\pi\times ۵)=-۰/۳\pi\,m/s\end{cases}$$

$$\bar{\vec{a}}=\frac{\Delta\vec{V}}{\Delta t}=\frac{\vec{V}_{۲}-\vec{V}_{۱}}{t_{۲}-t_{۱}}=\frac{-۰/۳\pi-۰/۳\pi}{۵-۲}=\frac{-۰/۶\pi}{۳}=-۰/۲\pi\,m/s^{۲}\to |\bar{\vec{a}}|=۰/۲\pi\,m/s^{۲}$$

۶۵ـ گزینه «۳» مراجعه به «**توضیح تذکر پایین صفحه‌ی ۷۲ فیزیک پایه نیوبوک**»

$$\frac{V'}{V}=\sqrt{\frac{h'}{h}}\to \frac{V'}{V}=\sqrt{\frac{۲h}{h}}\to \frac{V'}{V}=\sqrt{۲}\to V'=\sqrt{۲}V$$

۶۶ـ گزینه «۱» $\Delta h = \frac{۱}{۲} g t^{۲} = \frac{۱}{۲} \times ۱۰ \times (۰/۵)^{۲} = ۵ \times ۰/۲۵ = ۱/۲۵ m$

۶۷ـ گزینه «۲» مراجعه بـه «**توضیح تعیین جهت و نوع حرکت یک متحرک بر روی محور x هـا بـا اسـتفاده از معادلـه‌ی مکان ـ زمان صفحه‌ی ۷**»

$$V = \frac{dx}{dt} = -۱۰t + ۶ \xrightarrow{V = at + V_{\circ}} \begin{cases} a = -۱۰ < ۰ \\ V_{\circ} = +۶ > ۰ \end{cases}$$

با توجه به این‌که « $a < ۰ , V_{\circ} > ۰$ » است، پس بنابراین حرکـت **ابتدا** «**در جهت محور x ها و کندشونده**» و **سـپس** «**در خـلاف جهت محور x ها و تندشونده**» است.

۶۸ـ گزینه «۳» $\bar{\vec{V}} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{\vec{r}_{۲} - \vec{r}_{۱}}{t_{۲} - t_{۱}} = \frac{(۱۵\vec{i} - ۳\vec{j}) - (۳\vec{i} + ۶\vec{j})}{۸ - ۵} = \frac{۱۲\vec{i} - ۹\vec{j}}{۳} = ۴\vec{i} - ۳\vec{j}$

$$\bar{V} = \sqrt{(\bar{V}_x)^{۲} + (\bar{V}_y)^{۲}} = \sqrt{(۴)^{۲} + (-۳)^{۲}} = \sqrt{۱۶ + ۹} = \sqrt{۲۵} = ۵ m/s$$

۶۹ـ گزینه «۳» $\bar{V} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{S_{۱} + S_{۲}}{\Delta t} = \frac{\frac{-۱۰ \times ۵}{۲} + \frac{۳۰ \times ۱۵}{۲}}{۲۰} = \frac{-۲۵ + ۲۲۵}{۲۰} = \frac{۲۰۰}{۲۰} = ۱۰ m/s$

۷۰ـ گزینه «۲» $\vec{V} = \frac{d\vec{r}}{dt} = (t^{۲})\vec{i} + ۲t\,\vec{j} \quad * \quad \vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} = (۲t)\vec{i} + ۲\vec{j}$

$$a = \sqrt{(a_x)^{۲} + (a_y)^{۲}} \xrightarrow{a = ۲\sqrt{۲}\, m/s^{۲}} ۲\sqrt{۲} = \sqrt{(۲t)^{۲} + (۲)^{۲}} \rightarrow ۲\sqrt{۲} = \sqrt{۴t^{۲} + ۴} \rightarrow (۲\sqrt{۲})^{۲} = (\sqrt{۴t^{۲} + ۴})^{۲}$$

$$\rightarrow ۸ = ۴t^{۲} + ۴ \rightarrow ۴ = ۴t^{۲} \rightarrow t^{۲} = ۱ \xrightarrow{\sqrt{\ }} t = ۱s$$

$$\vec{r} = \left(\frac{۱}{۳}t^{۳} + \frac{۲}{۳}\right)\vec{i} + t^{۲}\vec{j} \xrightarrow{t = ۱s} \vec{r} = \left(\frac{۱}{۳} \times (۱)^{۳} + \frac{۲}{۳}\right)\vec{i} + (۱)^{۲}\vec{j} = \vec{i} + \vec{j}$$

$$r = \sqrt{(r_x)^{۲} + (r_y)^{۲}} = \sqrt{(۱)^{۲} + (۱)^{۲}} = \sqrt{۲} m$$

۷۱ـ گزینه «۳»

$$\bar{\vec{V}} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{\vec{r}_{۲} - \vec{r}_{۱}}{\Delta t} \rightarrow -\vec{i} + \vec{j} = \frac{(-۳\vec{i} + ۶\vec{j}) - (\vec{i} + ۲\vec{j})}{\Delta t} \rightarrow -\vec{i} + \vec{j} = \frac{-۴\vec{i} + ۴\vec{j}}{\Delta t} \rightarrow -\vec{i} + \vec{j} = \frac{۴(-\vec{i} + \vec{j})}{\Delta t} \rightarrow \Delta t = ۴s$$

۷۲ـ گزینه «۲»

$$\bar{\vec{a}} = \frac{\Delta \vec{V}}{\Delta t} = \frac{\vec{V}_{۲} - \vec{V}_{۱}}{t_{۲} - t_{۱}} = \frac{-۱۰ - ۱۰}{۳ - ۱} = \frac{-۲۰}{۲} = -۱۰ m/s^{۲} \quad * \quad \bar{V} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{S_{۱} + S_{۲}}{t_{۲} - t_{۱}} = \frac{۰}{۳ - ۱} = ۰$$

با توجه به این‌که سطح زیر نمودار در بازه‌ی زمانی **۱** تا **۳** ثانیه از دو قسمت با مساحت‌های مساوی تشکیل شده که یکی از آنها در **بالای** محور افقی و **مثبت** و دیگری در **پایین** محور افقی و **منفی** است، پس بنابراین **جمع جبری مساحت‌های آنها برابر «صفر» می‌باشد.**

۷۳ـ گزینه «۲»

$$\left.\begin{matrix} \left.\begin{matrix} y_A = bt \\ y_B = ۶ \end{matrix}\right\} \rightarrow bt = ۶ \rightarrow b = \frac{۶}{t} \\ \left.\begin{matrix} x_A = ۴t \\ x_B = at^{۲} \end{matrix}\right\} \rightarrow ۴t = at^{۲} \rightarrow ۴ = at \rightarrow a = \frac{۴}{t} \end{matrix}\right\} \rightarrow \frac{b}{a} = \frac{\frac{۶}{t}}{\frac{۴}{t}} = \frac{۶t}{۴t} = \frac{۳}{۲}$$

۷۴ـ گزینه «۲» ابتدا بایستی «**معادله‌ی سرعت متحرک**» را به دست آورده و سپس «**سرعت متحرک در بازه‌های زمانی داده شده**» را محاسبه نماییم و بنابراین داریم:

$$V=\frac{dx}{dt}=t^{۲}+۴t+۴\rightarrow\begin{cases}\xrightarrow{t=۱s}V_{۱}=(۱)^{۲}+۴\times(۱)+۴=۱+۴+۴=۹\,m/s\\ \xrightarrow{t=۳s}V_{۲}=(۳)^{۲}+۴\times(۳)+۴=۹+۱۲+۴=۲۵\,m/s\end{cases}$$

$$\bar{a}=\frac{\Delta V}{\Delta t}=\frac{V_{۲}-V_{۱}}{t_{۲}-t_{۱}}=\frac{۲۵-۹}{۳-۱}=\frac{۱۶}{۲}=۸\,m/s^{۲}$$

۷۵ـ گزینه «۱»

$$\bar{V}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{S_{۱}+S_{۲}}{\Delta t}=\frac{\frac{-۸\times۳}{۲}+\frac{(۵+۲)\times۸}{۲}}{۸}=\frac{-۱۲+۲۸}{۸}=\frac{۱۶}{۸}=۲\,m/s$$

۷۶ـ گزینه «۴» ابتدا بایستی «**ارتفاع اوج**» را به دست آورده و بنابراین داریم:

$$h=\frac{V_{\circ}^{۲}}{۲g}=\frac{(۴۰)^{۲}}{۲\times۱۰}=\frac{۱۶۰۰}{۲۰}=۸۰\,m \qquad * \qquad \text{نصف ارتفاع اوج}=\frac{h}{۲}=\frac{۸۰}{۲}=۴۰\,m$$

$$V^{۲}-V_{\circ}^{۲}=-۲gh\xrightarrow{V_{\circ}=۴۰m/s\,,\,h=۴۰m}V^{۲}-(۴۰)^{۲}=-۲\times۱۰\times۴۰\rightarrow V^{۲}-۱۶۰۰=-۸۰۰\rightarrow V^{۲}=۸۰۰$$

$$\xrightarrow{\sqrt{}}V=\sqrt{۸۰۰}=\sqrt{۴۰۰\times۲}=۲۰\sqrt{۲}\,m/s$$

۷۷ـ گزینه «۳» ابتدا بایستی «**معادله‌ی سرعت متحرک**» را به دست آورده و سپس «**سرعت متحرک در بازه‌های زمانی داده شده**» را محاسبه نماییم و بنابراین داریم:

$$\vec{V}=\frac{d\vec{r}}{dt}=(۳t^{۲}+۴)\vec{i}+(۴t)\vec{j}\rightarrow\begin{cases}\xrightarrow{t=۰}\vec{V}_{۱}=(۳\times(۰)^{۲}+۴)\vec{i}+(۴\times۰)\vec{j}=۴\vec{i}\\ \xrightarrow{t=۲s}\vec{V}_{۲}=(۳\times(۲)^{۲}+۴)\vec{i}+(۴\times۲)\vec{j}=۱۶\vec{i}+۸\vec{j}\end{cases}$$

$$\bar{\vec{a}}=\frac{\Delta\vec{V}}{\Delta t}=\frac{\vec{V}_{۲}-\vec{V}_{۱}}{t_{۲}-t_{۱}}=\frac{(۱۶\vec{i}+۸\vec{j})-۴\vec{i}}{۲-۰}=\frac{۱۲\vec{i}+۸\vec{j}}{۲}=۶\vec{i}+۴\vec{j}$$

۷۸ـ گزینه «۱» با توجه به این‌که زمین در «**پایین مبدأ پرتاب**» قرار دارد، پس بنابراین بایستی **علامت ارتفاع** را به صورت «**منفی**» در رابطه‌ی زیر جایگزین نماییم:

$$V^{۲}-V_{\circ}^{۲}=-۲gh\xrightarrow{h=-۱۵m}V^{۲}-(۱۰)^{۲}=-۲\times۱۰\times(-۱۵)\rightarrow V^{۲}-۱۰۰=۳۰۰\rightarrow V^{۲}=۴۰۰\xrightarrow{\sqrt{}}V=۲۰\,m/s$$

۷۹ـ گزینه «۳» ابتدا بایستی «**معادله‌ی سرعت جسم**» را به دست آورده و سپس «**مسافت توقف**» را محاسبه نماییم و بنابراین داریم:

$$V=\frac{dx}{dt}=-۴t+۸\xrightarrow{V=at+V_{\circ}}\begin{cases}a=-۴\,m/s^{۲}\\ V_{\circ}=+۸\,m/s\end{cases} \qquad * \qquad \Delta x=\left|\frac{V_{\circ}^{۲}}{۲a}\right|=\left|\frac{(۸)^{۲}}{۲\times(-۴)}\right|=\left|\frac{۶۴}{-۸}\right|=۸\,m$$

۸۰ـ گزینه «۱»

$$V^{۲}-V_{\circ}^{۲}=-۲gh\xrightarrow{h=\frac{۱}{۴}(\frac{V_{\circ}^{۲}}{۲g})}V^{۲}-V_{\circ}^{۲}=-۲g(\frac{V_{\circ}^{۲}}{۸g})\rightarrow V^{۲}-V_{\circ}^{۲}=-\frac{۱}{۴}V_{\circ}^{۲}\rightarrow V^{۲}=\frac{۳}{۴}V_{\circ}^{۲}\xrightarrow{\sqrt{}}V=\frac{\sqrt{۳}}{۲}V_{\circ}$$

۸۱ـ گزینه «۱» مراجعه به «**نمودار سرعت ـ زمان وسط صفحه‌ی ۹**»

۸۲ـ گزینه «۳» ابتدا بایستی «**معادله‌ی سرعت متحرک**» را به دست آورده و بنابراین داریم:

$$\vec{V}=\frac{d\vec{r}}{dt}=۶\vec{i}+(-۱۰t-۸)\vec{j}\xrightarrow{t=۰}\vec{V}_{\circ}=۶\vec{i}+(-۱۰\times(۰)-۸)\vec{j}=۶\vec{i}-۸\vec{j}$$

$$V_{\circ}=\sqrt{(V_{\circ x})^{۲}+(V_{\circ y})^{۲}}=\sqrt{(۶)^{۲}+(-۸)^{۲}}=\sqrt{۳۶+۶۴}=\sqrt{۱۰۰}=۱۰\,m/s$$

۸۳ـ گزینه «۴» ابتدا بایستی «**سرعت اولیه‌ی توپ**» را به دست آورده و بنابراین داریم:

$$T=\frac{2V_\circ}{g}\rightarrow 3=\frac{2V_\circ}{10}\rightarrow 2V_\circ=3\times 10\rightarrow 2V_\circ=30\rightarrow V_\circ=15\,m/s$$

و حال با توجه به این‌که سرعت‌های رو به **بالا** علامت «**مثبت**» و سرعت‌های رو به **پایین** علامت «**منفی**» دارند، پس بنابراین داریم:

$$V=-gt+V_\circ\xrightarrow{V=-20\,m/s\,,\,V_\circ=15\,m/s}-20=-10t+15\rightarrow 10t=15+20\rightarrow 10t=35\rightarrow t=3/5\,s$$

۸۴ـ گزینه «۴» با توجه به این‌که «**مشتق اول معادله‌ی مکان ـ زمان** = **سرعت لحظه‌ای**» است و معادله‌ی **سرعت ـ زمان** یک «**تابع درجه دوم**» است، پس معادله‌ی **مکان ـ زمان**، بایستی یک «**تابع درجه سوم**» باشد و فقط وقتی از **گزینه‌ی (۴)** مشتق می‌گیریم، معادله‌ی سرعت ـ زمان داده شده در صورت سئوال به دست می‌آید: $x=-2t^3+3t^2-3\rightarrow V=\frac{dx}{dt}=-6t^2+6t$

۸۵ـ گزینه «۳» با توجه به این‌که ضرایب $\vec{i}$ و $\vec{j}$ به ترتیب معادله‌ی روی محور x و y می‌باشند، پس بنابراین داریم:

$$\vec{r}=4t\,\vec{i}-8t^2\,\vec{j}\xrightarrow{\vec{r}=x\vec{i}+y\vec{j}}\begin{cases}x=4t\rightarrow t=\frac{x}{4}\\ y=-8t^2\xrightarrow{t=\frac{x}{4}}y=-8\times(\frac{x}{4})^2=-8\times\frac{x^2}{16}=-\frac{1}{2}x^2\end{cases}$$

۸۶ـ گزینه «۱» مراجعه به «**نمودار سرعت ـ زمان صفحه‌ی ۹ و تمرین ۱ـ ۲ صفحه‌ی ۱۶**»؛ بردار شتاب متحرک در بازه‌های زمانی «**صفر تا t_1 و t_3 تا t_4**» در جهت **مثبت محور x** است.

۸۷ـ گزینه «۴» ابتدا بایستی «**سرعت اولیه‌ی سنگ**» را به دست آورده و سپس «**ارتفاع اوج**» را محاسبه نماییم و بنابراین داریم:

$$t=\frac{V_\circ}{g}\rightarrow 2=\frac{V_\circ}{10}\rightarrow V_\circ=2\times 10=20\,m/s\qquad * \qquad h=\frac{V_\circ^2}{2g}=\frac{(20)^2}{2\times 10}=\frac{400}{20}=20\,m$$

۸۸ـ گزینه «۲»

$$\left.\begin{array}{l}x=\frac{4}{3}t\xrightarrow{t=3s}x=\frac{4}{3}\times 3=4m\\ y=-\frac{2}{3}t^2+3t\xrightarrow{t=3s}y=-\frac{2}{3}\times(3)^2+(3\times 3)=-\frac{2}{3}\times 9+(9)=-6+9=+3m\end{array}\right\}\xrightarrow{\vec{r}=x\vec{i}+y\vec{j}}\vec{r}=4\vec{i}+3\vec{j}$$

۸۹ـ گزینه «۳» ابتدا بایستی «**سرعت متحرک در بازه‌های زمانی داده شده**» را به دست آورده و بنابراین داریم:

$$\vec{V}=3t^2\vec{i}+12t\,\vec{j}\rightarrow\begin{cases}\xrightarrow{t=1s}\vec{V}_1=3\times(1)^2\vec{i}+12\times(1)\vec{j}=3\vec{i}+12\vec{j}\\ \xrightarrow{t=2s}\vec{V}_2=3\times(2)^2\vec{i}+12\times(2)\vec{j}=12\vec{i}+24\vec{j}\end{cases}$$

$$\bar{\vec{a}}=\frac{\Delta\vec{V}}{\Delta t}=\frac{\vec{V}_2-\vec{V}_1}{t_2-t_1}=\frac{(12\vec{i}+24\vec{j})-(3\vec{i}+12\vec{j})}{2-1}=9\vec{i}+12\vec{j}$$

$$a=\sqrt{(a_x)^2+(a_y)^2}=\sqrt{(9)^2+(12)^2}=\sqrt{81+144}=\sqrt{225}=15\,m/s^2$$

۹۰ـ گزینه «۲»

$$h=-\frac{1}{2}gt^2+V_\circ t\rightarrow\begin{cases}-25=(-\frac{1}{2}\times 10\times t^2)+(20\times t)\rightarrow 5t^2-20t-25=0\\ \xrightarrow{\div 5}t^2-4t-5=0\rightarrow(t+1)(t-5)=0\rightarrow t=-1s\ ,\ t=5s_{\text{صحیح}}\\ 75=(-\frac{1}{2}\times 10\times t^2)+(40\times t)\rightarrow 5t^2-40t+75=0\\ \xrightarrow{\div 5}t^2-8t+15=0\rightarrow(t-3)(t-5)=0\rightarrow t=3s_{\text{صحیح}}\ ,\ t=5s\end{cases}\rightarrow\Delta t=5-3=2s$$

۹۱ـ گزینه «۴» مراجعه به «**توضیح پاسخ تست شماره‌ی ۱**»

۹۲ـ گزینه «۲»

$$\vec{V} = ۲t\,\vec{i} - \vec{j} \to \begin{cases} \xrightarrow{t_۱=۱s} \vec{V}_۱ = ۲\times(۱)\vec{i} - \vec{j} = ۲\vec{i} - \vec{j} \\ \xrightarrow{t_۲=۲s} \vec{V}_۲ = ۲\times(۲)\vec{i} - \vec{j} = ۴\vec{i} - \vec{j} \end{cases}$$

$$\bar{\vec{V}} = \frac{\vec{V}_۱ + \vec{V}_۲}{۲} = \frac{(۲\vec{i} - \vec{j}) + (۴\vec{i} - \vec{j})}{۲} = \frac{۶\vec{i} - ۲\vec{j}}{۲} = ۳\vec{i} - \vec{j}$$

$$\bar{V} = \sqrt{(\bar{V}_x)^۲ + (\bar{V}_y)^۲} = \sqrt{(۳)^۲ + (-۱)^۲} = \sqrt{۹+۱} = \sqrt{۱۰}\, m/s$$

۹۳ـ گزینه «۳»

۹۴ـ گزینه «۲» مراجعه به «**توضیح نکته‌ی پایین معادله‌ی سرعت صفحه‌ی ۱۰**»

$$\bar{V} = \frac{-gt}{۲} + V_\circ \to \bar{V} = \frac{-۱۰\times۴}{۲} + ۳۰ = -۲۰ + ۳۰ = ۱۰\, m/s$$

۹۵ـ گزینه «۳» ابتدا بایستی «**مکان متحرک در بازه‌های زمانی داده شده**» را به دست آورده و بنابراین داریم:

$$\vec{r} = (t)\vec{i} + (-t^۲ + ۲t)\vec{j} \to \begin{cases} \xrightarrow{t_۱=۰} \vec{r}_۱ = ۰ \\ \xrightarrow{t_۲=۱s} ۱\vec{i} + (-(۱)^۲ + ۲\times۱)\vec{j} = \vec{i} + \vec{j} \end{cases}$$

$$\bar{\vec{V}} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{\vec{r}_۲ - \vec{r}_۱}{t_۲ - t_۱} = \frac{(\vec{i} + \vec{j}) - ۰}{۲-۱} = \vec{i} + \vec{j} \quad * \quad \bar{V} = \sqrt{(V_x)^۲ + (V_y)^۲} = \sqrt{(۱)^۲ + (۱)^۲} = \sqrt{۲}\, m/s$$

۹۶ـ گزینه «۳» با توجه به این‌که زمین در «**پایین مبدأ پرتاب**» قرار دارد، پس بنابراین بایستی **علامت ارتفاع** را به صورت «**منفی**» در رابطه‌ی زیر جایگزین نماییم:

$$h = -\frac{۱}{۲}gt^۲ + V_\circ t \xrightarrow{h=-۶۰m} -۶۰ = (-\frac{۱}{۲}\times۱۰\times(۶)^۲) + (V_\circ\times۶) \to -۶۰ = -۱۸۰ + ۶V_\circ \to ۱۲۰ = ۶V_\circ \to V_\circ = ۲۰\, m/s$$

$$V = -gt + V_\circ \xrightarrow{V=-V} -V = (-۱۰\times۶) + ۲۰ \to -V = -۴۰ \to V = ۴۰\, m/s$$

۹۷ـ گزینه «۴» ابتدا بایستی «**لحظه‌ی برخورد**» را محاسبه نموده و بنابراین داریم:

$$\begin{cases} x_A = x_B \\ y_A = y_B \end{cases} \to ۸t - ۶ = ۱۸ \to ۸t = ۲۴ \to t = ۳s \to \text{یک ثانیه قبل از برخورد} = ۳ - ۱ = ۲s \to \begin{cases} x_A = (۸\times۲) - ۶ = ۱۰m \\ y_A = ۳\times۲ = ۶m \end{cases}$$

$$\to \vec{r}_A = ۱۰\vec{i} + ۶\vec{j}$$

$$\text{فاصله‌ی ۲ گلوله‌ی } A \text{ و } B = \sqrt{(\Delta x)^۲ + (\Delta y)^۲} = \sqrt{(x_B - x_A)^۲ + (y_B - y_A)^۲} = \sqrt{(۱۸-۱۰)^۲ + (۹-۶)^۲} = \sqrt{۶۴+۹} = \sqrt{۷۳}m$$

۹۸ـ گزینه «۳»

$$V^۲ - V_\circ^۲ = -۲gh \xrightarrow{h=\frac{۱}{۲}(\frac{V_\circ^۲}{۲g})} V^۲ - V_\circ^۲ = -۲g(\frac{V_\circ^۲}{۴g}) \to V^۲ - V_\circ^۲ = -\frac{۱}{۲}V_\circ^۲$$

$$\to V^۲ = \frac{۱}{۲}V_\circ^۲ \xrightarrow{\sqrt{\ }} V = \frac{V_\circ}{\sqrt{۲}} \xrightarrow{V_\circ=۸m/s} V = \frac{۸}{\sqrt{۲}} \xrightarrow{\times\frac{\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}}} V = \frac{۸\sqrt{۲}}{۲} = ۴\sqrt{۲}\, m/s$$

۹۹ـ گزینه «۴»

$$V^۲ - V_\circ^۲ = -۲gh \xrightarrow{h=\frac{۱}{۴}(\frac{V_\circ^۲}{۲g})} V^۲ - V_\circ^۲ = -۲g(\frac{V_\circ^۲}{۸g}) \to V^۲ - V_\circ^۲ = -\frac{۱}{۴}V_\circ^۲ \to V^۲ = -\frac{۱}{۴}V_\circ^۲ + V_\circ^۲$$

$$\to V^۲ = \frac{۳}{۴}V_\circ^۲ \xrightarrow{\sqrt{\ }} V = \sqrt{\frac{۳}{۴}}V_\circ = \frac{\sqrt{۳}}{۲}V_\circ$$

۱۰۰ـ گزینه «۱» برای این که **شتاب حرکت** در «**راستای محور y**» باشد، بایستی **مؤلفه‌ی شتاب در راستای محور x** را برابر «**صفر**» قرار داده و بنابراین داریم:

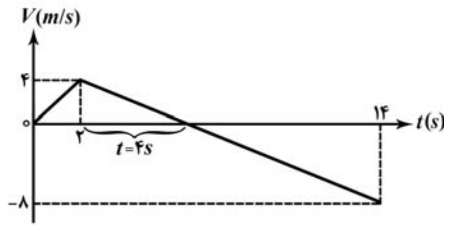
$$V_x = \frac{dx}{dt} = ۳t^۲ - ۶t \quad * \quad a_x = \frac{dV_x}{dt} = ۶t - ۶ \xrightarrow{a_x = ۰} ۶t - ۶ = ۰ \to ۶t = ۶ \to t = ۱s$$

۱۰۱ـ گزینه «۳» با توجه به این‌که زمین در «**پایین مبدأ پرتاب**» قرار دارد، پس بنابراین بایستی **علامت ارتفاع** را به صورت «**منفی**» در رابطه‌های زیر جایگزین نماییم:

$$h = -\frac{۱}{۲}gn(۲t-n) + V_{\circ}n \xrightarrow{h=-۹۰m\ ,\ n=۲} -۹۰ = -\frac{۱}{۲} \times ۱۰ \times ۲ \times (۲t-۲) + (۱۵ \times ۲) \to -۹۰ = -۲۰t + ۲۰ + ۳۰$$
$$\to ۲۰t = ۱۴۰ \to t = ۷s$$

$$h = -\frac{۱}{۲}gt^۲ + V_{\circ}t \xrightarrow{h=-h} -h = (-\frac{۱}{۲} \times ۱۰ \times (۷)^۲) + (۱۵ \times ۷) \to -h = -۲۴۵ + ۱۰۵ \to -h = -۱۴۰ \to h = ۱۴۰m$$

۱۰۲ـ گزینه «۳» ابتدا بایستی «**شتاب متوسط متحرک**» بین دو لحظه‌ی $t_۱ = ۲s$ و $t_۲ = ۱۴s$ را به دست آورده و بنابراین داریم:



$$\bar{a}_x = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{V_۲ - V_۱}{t_۲ - t_۱} = \frac{-۸-۴}{۱۴-۲} = \frac{-۱۲}{۱۲} = -۱m/s^۲$$

$$V_x = a_x t + V_{\circ} \xrightarrow{V=۰} ۰ = (-۱ \times t) + ۴ \to ۰ = -t + ۴ \to t = ۴s$$

با توجه به نمودار می‌توانیم نتیجه بگیریم که متحرک « $۱۴ - ۶ = ۸s$ » دارای «**سرعت منفی**» بوده و در «**سوی خلاف محور x**» حرکت کرده است.

۱۰۳ـ گزینه «۲» ابتدا بایستی «**سرعت گلوله در لحظه‌ی رسیدن به زمین**» را به دست آورده و سپس «**زمان حرکت گلوله**» را محاسبه نماییم و بنابراین داریم:

$$V^۲ - V_{\circ}^۲ = ۲gh \to V^۲ - (۱۵)^۲ = ۲ \times ۱۰ \times ۵۰ \to V^۲ - ۲۲۵ = ۱۰۰۰ \to V^۲ = ۱۰۰۰ + ۲۲۵ \to V^۲ = ۱۲۲۵ \xrightarrow{\sqrt{}} V = ۳۵$$

و حال با توجه به این‌که گلوله از ارتفاع h «**رها شده**»، پس سرعت اولیه‌ی گلوله برابر «**صفر**» بوده $(V_{\circ} = ۰)$ و بنابراین داریم:

$$V = gt + V_{\circ} \xrightarrow{V_{\circ}=۰} ۳۵ = ۱۰t \to t = ۳/۵s$$

ویژه‌ی رشته‌ی ریاضی و فیزیک

۱۰۴ـ گزینه «۱»

$$y = -۲x^۲ + ۲۰x \xrightarrow{y = -\frac{gx^۲}{۲V_{\circ}^۲\cos^۲\alpha} + x\tan\alpha} \begin{cases} ۲ = \dfrac{g}{۲V_{\circ}^۲\cos^۲\alpha} \to g = ۴V_{\circ}^۲\cos^۲\alpha \\ \tan\alpha = ۲۰ \end{cases}$$

$$H = \frac{V_{\circ}^۲\sin^۲\alpha}{۲g} \xrightarrow{g=۴V_{\circ}^۲\cos^۲\alpha} H = \frac{\cancel{V_{\circ}^۲}\sin^۲\alpha}{۸\cancel{V_{\circ}^۲}\cos^۲\alpha} = \frac{\tan^۲\alpha}{۸} \xrightarrow{\tan\alpha=۲۰} H = \frac{(۲۰)^۲}{۸} = \frac{۴۰۰}{۸} = ۵۰m$$

۱۰۵ـ گزینه «۲» با توجه به این‌که گلوله در **لحظه‌ی پرتاب** دارای «**بیشترین سرعت**» می‌باشد، پس بنابراین داریم: $V_{\circ} = V_{\max} = ۱۰۰m/s$

$$V_{\min} = V_x = V_{\circ}\cos\alpha \to ۵۰ = ۱۰۰\cos\alpha \to \cos\alpha = \frac{۵۰}{۱۰۰} \to \cos\alpha = \frac{۱}{۲} \to \alpha = ۶۰^{\circ} = \frac{\pi}{۳}rad$$

۱۰۶ـ گزینه «۱» تنها **گزینه‌ی** (۱) است که $\tan$ زاویه‌ای که با محور x ها می‌سازد، برابر ۳ است. $m = \tan\alpha = \frac{۳}{۱} = ۳$

۱۰۷ـ گزینه «۲»

$$V_x = V_{\circ}\cos\alpha \xrightarrow{V_x = \frac{۱}{۲}V_{\circ}} \frac{۱}{۲}\cancel{V_{\circ}} = \cancel{V_{\circ}}\cos\alpha \to \cos\alpha = \frac{۱}{۲} \to \alpha = ۶۰^{\circ}$$

۱۰۸ـ گزینه «۱»

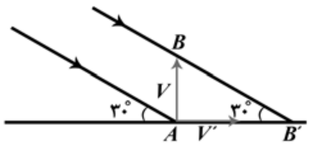
$$\vec{V}_\circ = 10\vec{i} + 20\vec{j} \xrightarrow{\vec{V}_\circ=(V_\circ\cos\alpha)\vec{i}+(V_\circ\sin\alpha)\vec{j}} V_\circ\cos\alpha = 10 \ , \ V_\circ\sin\alpha = 20$$

$$R = \frac{V_\circ^2\sin 2\alpha}{g} = \frac{2V_\circ^2\sin\alpha\cos\alpha}{g} = \frac{2(V_\circ\sin\alpha)(V_\circ\cos\alpha)}{g} = \frac{2\times 20\times 10}{10} = \frac{400}{10} = 40m$$

۱۰۹ـ گزینه «۲»

$$\tan 30^\circ = \frac{V}{V'} \to \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{V}{V'} \to \sqrt{3}V' = 3V \to V' = \frac{3}{\sqrt{3}}V$$

$$\xrightarrow{\times\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}} V' = \frac{\cancel{3}\sqrt{3}}{\cancel{3}}V \to V' = \sqrt{3}V$$

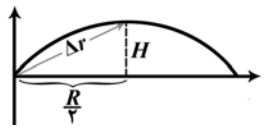


۱۱۰ـ گزینه «۴»

$$H = \frac{V_\circ^2\sin^2\alpha}{2g} \to \frac{H_2}{H_1} = \left(\frac{\sin\alpha_2}{\sin\alpha_1}\right)^2 \to \frac{H_2}{H_1} = \left(\frac{\sin 45^\circ}{\sin 30^\circ}\right)^2 = \left(\frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{1}{2}}\right)^2 = \left(\frac{4\sqrt{2}}{4}\right)^2 = 2 \to H_2 = 2H_1$$

۱۱۱ـ گزینه «۴»

$$x_{\text{اوج}} = \frac{R}{2} = \frac{1}{2}\times\frac{V_\circ^2\sin 2\alpha}{g} = \frac{1}{2}\times\frac{(40)^2\times\sin 60^\circ}{10} = \frac{1600\times\frac{\sqrt{3}}{2}}{20} = 40\sqrt{3}\,m$$



$$y_{\text{اوج}} = H = \frac{V_\circ^2\sin^2\alpha}{2g} = \frac{(40)^2\times\sin^2 30^\circ}{2\times 10} = \frac{1600\times(\frac{1}{2})^2}{20} = \frac{1600\times\frac{1}{4}}{20} = \frac{400}{20} = 20m$$

$$(\Delta r)^2 = (x)^2 + (y)^2 \to (\Delta r)^2 = (40\sqrt{3})^2 + (20)^2 = 4800 + 400 = 5200 \xrightarrow{\sqrt{}} \Delta r = \sqrt{5200} = \sqrt{400\times 13} = 20\sqrt{13}m$$

۱۱۲ـ گزینه «۳» ابتدا بایستی «**زمان اوج**» را به دست آورده و بنابراین داریم:

$$h = -\frac{1}{2}gt^2 \xrightarrow{h_A=h_B=-20m} -20 = -\frac{1}{2}\times 10\times t^2 \to -20 = -5t^2 \to t^2 = 4 \xrightarrow{\sqrt{}} t = 2s$$

$$x = (V_\circ\cos\alpha)t \xrightarrow{\alpha=0\ ,\ t=2s} \begin{cases} x_A = (V_{\circ A}\cos 0^\circ)\times 2 = (2\times 1)\times 2 = 4m \\ x_B = (V_{\circ B}\cos 0^\circ)\times 2 = (4\times 1)\times 2 = 8m \end{cases} \to x_{AB} = 4 + 8 = 12m$$

۱۱۳ـ گزینه «۱» با توجه به این‌که زمین در «**پایین مبدأ پرتاب**» قرار دارد، پس بایستی **علامت ارتفاع** را به صورت «**منفی**» در رابطه‌ی زیر جایگزین نماییم:

$$h = -\frac{1}{2}gt^2 + (V_\circ\sin\alpha)t \xrightarrow{h=-45m,\alpha=0} -45 = (-\frac{1}{2}\times 10\times t^2) + 0 \to 45 = 5t^2 \to t^2 = 9 \xrightarrow{\sqrt{}} t = 3s$$

$$x = (V_\circ\cos\alpha)t \xrightarrow{\alpha=0} 30\sqrt{3} = (V_\circ\cos 0^\circ)\times 3 \to 30\sqrt{3} = 3V_\circ \to V_\circ = 10\sqrt{3}m/s$$

$$\tan\alpha = \frac{V_y}{V_x} = \frac{gt}{V_\circ} = \frac{10\times 3}{10\sqrt{3}} = \frac{3}{\sqrt{3}} \xrightarrow{\times\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}} \tan\alpha = \frac{3\sqrt{3}}{3} = \sqrt{3} \to \alpha = \frac{\pi}{3}$$

$$\text{زاویه‌ی بین سرعت گلوله و راستای قائم} = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{6} = 30^\circ$$